



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V3

FEBRUARIE/MAART 2012

MEMORANDUM

PUNTE: 100

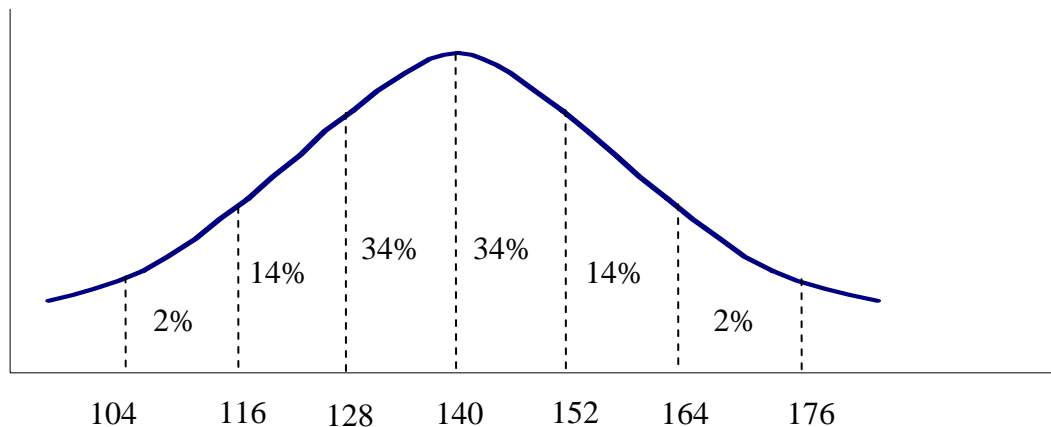
Hierdie memorandum bestaan uit 13 bladsye.

VRAAG 1

1.1	26; 37	✓ antwoord ✓ antwoord (2)
1.2	$T_1 = 2$ $T_2 = 2 + 3 = 2 + 2(1) + 1 = 5$ $T_3 = 5 + 5 = 5 + 2(2) + 1 = 10$ $T_5 = 10 + 7 = 10 + 2(3) + 1 = 17$ $T_{k+1} = T_k + 2k + 1; T_1 = 2 \text{ en } k \geq 1$ OF $T_k = T_{k-1} + 2k - 1; T_1 = 2 \text{ en } k \geq 2$	✓ $T_{k+1} = T_k + 2k + 1$ ✓ $T_1 = 2$ ✓ $k \geq 1$ (3) ✓ $T_k = T_{k-1} + 2k - 1$ ✓ $T_1 = 2$ ✓ $k \geq 2$ (3) [5]

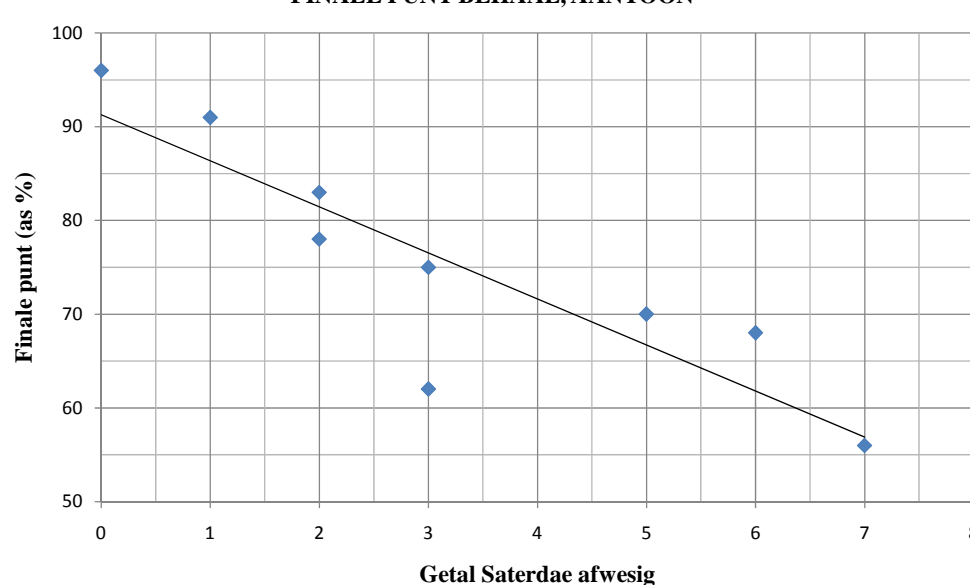
VRAAG 2

2.1	Totale getal werknemers $= 1 + 2 + 2 + 5 + 30 + 40 + 65 + 5$ $= 150$	✓ antwoord (1)
2.2	Totale bedrag benodig $= (1 \times 150\,000) + (2 \times 100\,000) + (2 \times 75\,000) + (5 \times 15\,000) + (30 \times 10\,000)$ $+ (40 \times 7\,500) + (65 \times 6\,000) + (5 \times 5\,000)$ $= \text{R}1\,590\,000$	✓ metode ✓ antwoord (2)
2.3	Gemiddelde maandelikse salaris $= \frac{1\,590\,000}{150}$ $= \text{R}10\,600$	✓ $\frac{1\,590\,000}{150}$ ✓ antwoord (2)
2.4	Nee. Slegs 10 werknemers in hierdie maatskappy verdien meer as R10 600. Die meerderheid (140) van die werknemers verdien minder as hierdie bedrag. Dit is daarom nie 'n goeie aanduiding van die gemiddelde bedrag wat maandeliks deur 'n werknemer verdien word nie. OF 110 van die 150 werknemers verdien R7 500 of minder.	✓ Nee ✓ 140 verdien minder as die gemiddeld (2) [7]

VRAAG 3

3.1	$140 - 12 = 128$ 128 is 1 standaardafwyking na links van die gemiddeld \therefore persentasie tieners wat minder as 128 boodskappe gestuur het $\approx 50\% - 34\%$ $\approx 16\%$	✓ 1 standaardafwyking ✓ 50%–34% ✓ 16% (3)
3.2	116 minute is 2 standaardafwykings van die gemiddeld \therefore 48% 152 minute is 1 standaardafwyking van die gemiddeld \therefore 34% Persentasie tieners wat tussen 116 en 152 boodskappe gestuur het $\approx 48\% + 34\%$ $\approx 82\%$ LET WEL: Slegs antwoord: Volpunte	✓ 48% ✓ 34% ✓ 82% (3) [6]

VRAAG 4

4.1	$a = 91,27$ (91,26785714...) $b = -4,91$ (-4,910714286...) $\hat{y} = 91,27 - 4,91x$	✓✓ a ✓ b ✓ vergelyking (4)
4.2	<p style="text-align: center;">SPREIDIAGRAM WAT DIE GETAL SATERDAE AFWESIG EN DIE FINALE PUNT BEHAAL, AANTOON</p>  <p style="text-align: center;">Getal Saterdag afwesig</p>	✓ y-afsnit (91) ✓ Punt (7 ; 57)
4.3	$r = -0,87$ (-0,8748915491...)	✓✓ antwoord (2)
4.4	Hoe groter die getal Saterdag afwesig, hoe laer is die punt.	✓ getal Saterdag afwesig ✓ finale punt (2)
4.5	$\hat{y} = 91,27 - 4,91(4)$ $\approx 71,63\%$ $\approx 72\%$ LET WEL: Laat 'n variasiewydte van 70%–74% toe vir 'n student wat van die grafiek af lees.	✓ vervanging ✓ antwoord (2) [12]

VRAAG 5

	NEEM NIE AAN SPORT DEEL NIE	NEEM AAN SPORT DEEL	TOTAAL
Manlik	51	69	120
Vroulik	49	67	116
Totaal	100	136	236

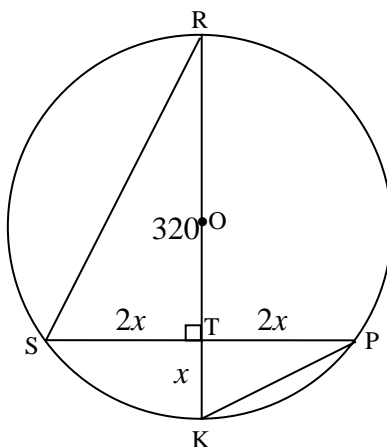
5.1.1	$P(\text{manlik}) = \frac{120}{236}$ $= \frac{30}{59}$ $= 0,51 \text{ (0,508474...)}$	✓ 120 ✓ 236 (2)
5.1.2	$P(\text{vroulik en neem aan sport deel})$ $= \frac{67}{236}$ $= 0,28 \text{ (0,2838983051...)}$	✓ 67 ✓ 236 (2)
5.2	Nee. Vanaf die tabel, $P(\text{manlik en neem nie aan sport deel nie}) = \frac{51}{236}$, wat groter is as nul. Aangesien die waarskynlikheid van die snyding van hierdie twee gebeurtenisse groter as nul is, is hierdie twee gebeurtenisse nie onderling uitsluitend nie.	✓ Nee ✓ waarskynlikheid van snyding is groter as nul (2)
5.3	$P(\text{manlik}) = \frac{120}{236}$ $P(NS) = \frac{100}{236}$ $P(\text{manlik}) \times P(NS) = \frac{120}{236} \times \frac{100}{236}$ $= \frac{750}{3\,481}$ $= 0,22 \quad (0,215455...)$ $P(\text{manlik en NS}) = \frac{51}{236}$ $= 0,22 \quad (0,2161016949...)$ <p>So, $P(\text{manlik}) \times P(NS) = P(\text{manlik en NS})$</p> <p>Gevolglik is die gebeurtenisse 'manlik' en 'neem nie aan sport deel nie' onafhanklik (korrek tot TWEE desimale plekke).</p> <p>OF</p> <p>Die gebeurtenisse is nie onafhanklik nie aangesien daar 'n verskil vanaf die derde desimale plek is.</p>	✓ $\frac{100}{236}$ ✓ $\frac{750}{3\,481}$ ✓ $\frac{51}{236}$ ✓ is onafhanklik (4) [10]

VRAAG 6

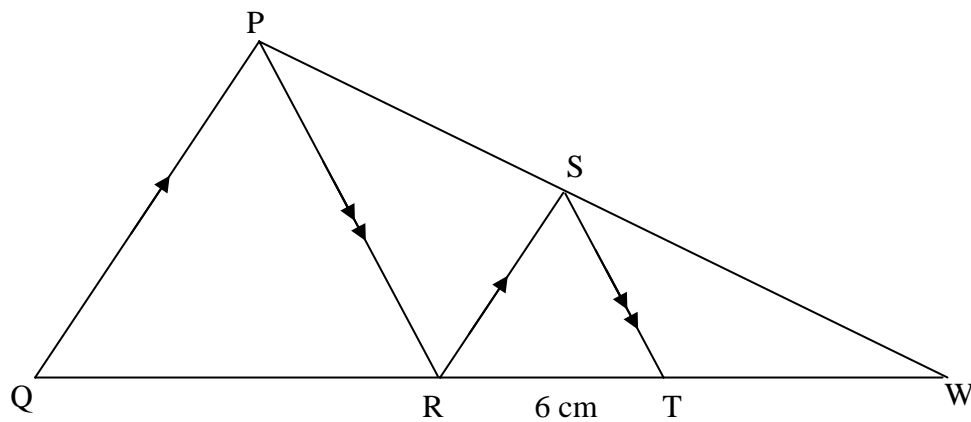
6.1	<pre> graph LR Root(()) --- A["A (0,2)"] Root --- B["B (0,3)"] Root --- C["C (0,5)"] A --- A_def["def (0,01)"] A --- A_nie_def["nie-def (0,99)"] B --- B_def["def (0,02)"] B --- B_nie_def["nie-def (0,98)"] C --- C_def["def (0,06)"] C --- C_nie_def["nie-def (0,94)"] A_def --- AD["(A; D)"] A_nie_def --- AND["(A; ND)"] B_def --- BD["(B; D)"] B_nie_def --- BND["(B; ND)"] C_def --- CD["(C; D)"] C_nie_def --- CND["(C; ND)"] </pre>	✓ eerste ry ✓ tweede ry ✓ waarskynlikhede ✓ uitkomst
6.2.1	$P(B; ND)$ $= 0,3 \times 0,98$ $= 0,29$ Aanvaar: 0,294	✓ 0,3 ✓ 0,98 ✓ 0,29
6.2.2	$P(\text{defektief/foutief})$ $= P(A; D) + P(B; D) + P(C; D)$ $= (0,2 \times 0,01) + (0,3 \times 0,02) + (0,5 \times 0,06)$ $= 0,04$ Aanvaar: 0,038	✓ vermenigvuldig waarskynlikhede ✓ tel waarskynlikhede op ✓ antwoord
		(4)
		(3)
		(3)
		[10]

VRAAG 7

7.1	$12 \times 11 \times 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ $= 12!$ $= 479\,001\,600$ verskillende maniere	✓ 12 ✓ antwoord
7.2	$9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ $= 9!$ $= 362\,880$ verskillende maniere	✓ $9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$ ✓ 9!
7.3	Die items van elke afdeling kan op 3! maniere gerangskik word. Die afdelings kan op 4! maniere gerangskik word. Advertensies kan op 3!.4! $= 6 \times 24$ $= 144$ verskillende maniere gerangskik word.	✓ 3! ✓ 4! ✓ 144
		(3)
		[7]

VRAAG 9

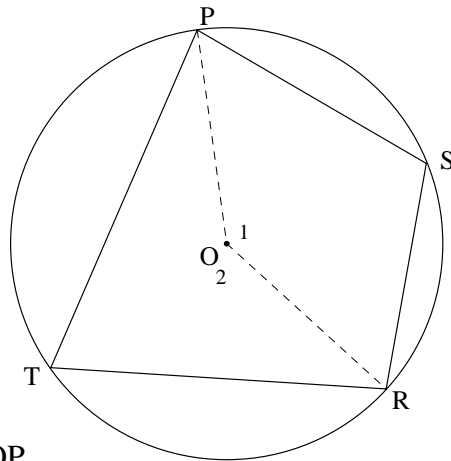
9.1	$ST = PT = 2x$ (lyn uit sirkel se middelpunt \perp koord halveer koord)	✓ S/R (1)
9.2	<p>In $\triangle RST$ en $\triangle PKT$</p> <p>1. $\hat{R} = \hat{P}$ (\angle in dieselfde segment)</p> <p>2. $\hat{S} = \hat{K}$ (\angle in dieselfde segment)</p> <p>3. $\hat{RTK} = \hat{PTK} = 90^\circ$ (gegee)</p> <p>$\triangle RST \parallel \triangle PKT$ ($\angle \angle \angle$)</p>	<p>✓ S/R</p> <p>✓ S/R</p> <p>✓ R</p> <p>(3)</p>
9.3	<p>$\frac{ST}{KT} = \frac{RT}{PT}$ ($\parallel \Delta e$)</p> <p>$\frac{2x}{x} = \frac{320}{2x}$</p> <p>$4x = 320$</p> <p>$x = 80 \text{ mm}$</p> <p>OF</p> <p>$\frac{ST}{RT} = \frac{KT}{PT}$</p> <p>$\frac{2x}{320} = \frac{x}{2x}$</p> <p>$2x = 160$</p> <p>$x = 80 \text{ mm}$</p>	<p>✓ $\frac{ST}{KT} = \frac{RT}{PT}$</p> <p>✓ vervanging</p> <p>✓ antwoord</p> <p>(3) [7]</p>

VRAAG 10

10.1	$\frac{WS}{SP} = \frac{3}{2}$ $\frac{WS}{SP} = \frac{WT}{RT} = \frac{3}{2} \quad (ST \parallel PR; \text{ eweredigheid-stelling})$ $WT = \frac{3 \times 6}{2}$ $WT = 9 \text{ cm}$	$\checkmark \frac{WS}{SP} = \frac{WT}{RT}$ $\checkmark ST \parallel PR; \text{ eweredigheid-stelling}$ $\checkmark \text{ antwoord}$ <p style="text-align: right;">(3)</p>
10.2	$\frac{WS}{SP} = \frac{WR}{RQ} = \frac{3}{2} \quad (SR \parallel PQ; \text{ eweredigheid-stelling})$ $\frac{9+6}{RQ} = \frac{3}{2}$ $RQ = 10 \text{ cm}$ $WQ = 10 + 9 + 6$ $= 25 \text{ cm}$	$\checkmark \frac{WS}{SP} = \frac{WR}{RQ} = \frac{3}{2}$ $\checkmark \frac{9+6}{RQ} = \frac{3}{2}$ $\checkmark RQ = 10$ $\checkmark WQ = 25$ <p style="text-align: right;">(4) [7]</p>

VRAAG 11

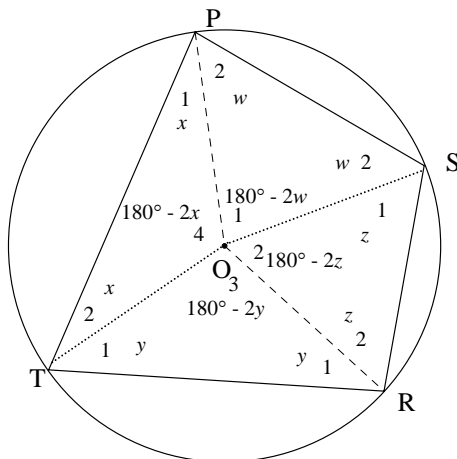
11.1



Verbind RO en OP

Laat $\hat{O}_1 = 2x$ $\hat{O}_2 = 360^\circ - 2x$ (\angle e in 'n omwenteling) $\hat{T} = x$ (\angle middelpunt van sirkel = $2 \angle$ omtrek) $\hat{S} = 180^\circ - x$ (\angle middelpunt van sirkel = $2 \angle$ omtrek)

$$\begin{aligned}\hat{S} + \hat{T} &= x + 180^\circ - x \\ &= 180^\circ\end{aligned}$$

OF

Trek radiusse OP, OS, OR en OT

Laat $\hat{P}_1 = x$, $\hat{S}_2 = w$, $\hat{S}_1 = z$ en $\hat{R}_1 = y$ $\therefore \hat{T}_2 = x$, $\hat{P}_2 = w$, $\hat{R}_2 = z$ en $\hat{T}_1 = y$ (\angle e teenoorstaande = radiusse) $\hat{O}_1 = 180^\circ - 2w$ (\angle som Δ)

Soortgelyk

 $\hat{O}_2 = 180^\circ - 2z$, $\hat{O}_3 = 180^\circ - 2y$, $\hat{O}_4 = 180^\circ - 2x$

Deur hoeke in 'n omwenteling

$$\begin{aligned}\hat{O}_1 + \hat{O}_2 + \hat{O}_3 + \hat{O}_4 &= 180^\circ - 2w + 180^\circ - 2z + 180^\circ - 2y + 180^\circ - 2x \\ 360^\circ &= 720^\circ - 2(w + z + y + x)\end{aligned}$$

$$2(w + z + y + x) = 360^\circ$$

$$w + z + y + x = 180^\circ$$

OF

✓ konstruksie

✓ $\hat{O}_1 = 2x$ ✓ $\hat{O}_2 = 360^\circ - 2x$ ✓ $\hat{T} = x$ ✓ $\hat{S} = 180^\circ - x$

✓ rede

(6)

✓ konstruksie

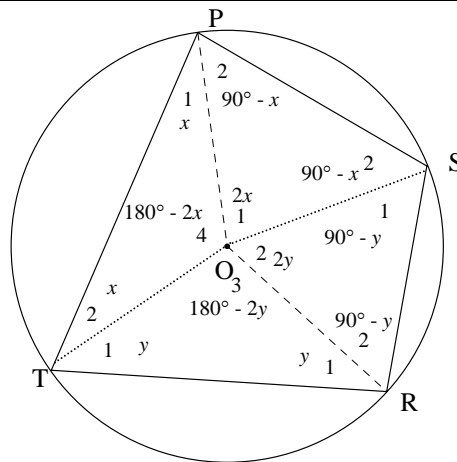
✓ Let $\hat{P}_1 = x$, $\hat{S}_2 = w$, $\hat{S}_1 = z$ en $\hat{R}_1 = y$ ✓ $\hat{O}_1 = 180^\circ - 2w$ (\angle som Δ)

✓ opstel van vergelyking

✓ vereenvoudiging

✓ gevolgtrekking

(6)



Trek radiusse OP, OS, OR en OT

Laat $\hat{P}_1 = x$ en $\hat{R}_1 = y$

$\therefore \hat{T}_2 = x$ en $\hat{T}_1 = y$ (\angle e teenoorstaande = radiusse)

$\hat{O}_3 = 180^\circ - 2y$ (\angle som Δ)

Soortgelyk

$\hat{O}_4 = 180^\circ - 2x$

$\hat{S}_2 = \hat{P}_2$ en $\hat{S}_1 = \hat{R}_1$ (\angle e teenoorstaande = radiusse)

$\hat{T}_1 + \hat{T}_2 + \hat{S}_1 + \hat{S}_2 = x + y + 90^\circ - x + 90^\circ - y$
 $= 180^\circ$

✓ konstruksie

✓ Laat $\hat{P}_1 = x$ en
 $\hat{R}_1 = y$

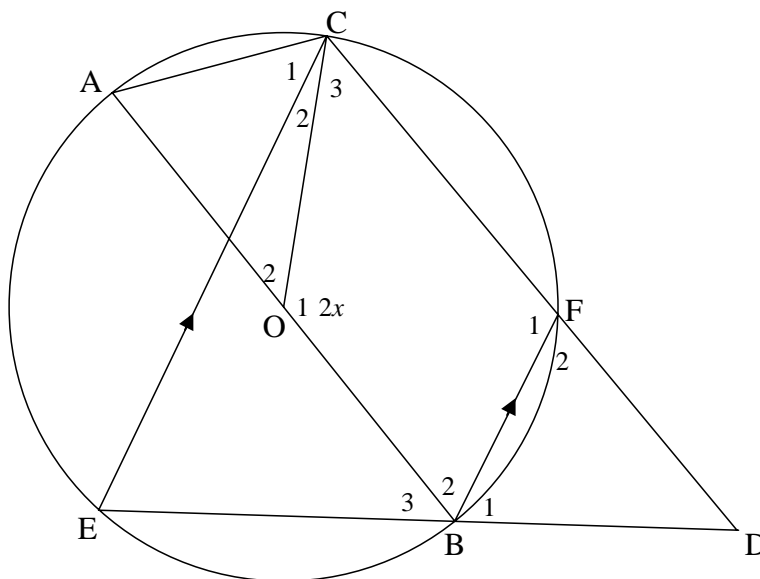
✓ $\hat{O}_3 = 180^\circ - 2y$
 (\angle som Δ)

✓ $\hat{S}_2 = \hat{P}_2$ en

$\hat{S}_1 = \hat{R}_1$

✓ $\hat{T}_1 + \hat{T}_2 + \hat{S}_1 + \hat{S}_2$

✓ gevolgtrekking
 (6)



11.2.1	$\hat{A} = x$ (\angle middelpunt van sirkel = $2 \angle$ omtrek) $\hat{F}_1 = 180^\circ - x$ (teenoorstaande \angle e van koordevierhoek = 180°) OF inspringende $\hat{B}\hat{O}\hat{C} = 360^\circ - 2x$ (\angle in omwenteling) $\hat{F}_1 = 180^\circ - x$ (\angle middelpunt van sirkel = $2 \angle$ omtrek)	$\checkmark \hat{A} = x$ $\checkmark \angle$ middelpunt van sirkel = $2 \angle$ omtrek $\checkmark \hat{F}_1 = 180^\circ - x$ \checkmark teenoorstaande \angle e van koordevierhoek = 180° (4)
11.2.2	$\hat{F}_2 = x$ (buite- \angle = binne teenoorstaande \angle) $\hat{B}_1 = x = \hat{E}$ (ooreenkomstige \angle e; $EC \parallel BF$) $\hat{F}_2 = \hat{B}_1$ $DF = BD$ (teenoorstaande sye = \angle e) OF $\hat{E} = x$ (\angle middelpunt van sirkel = $2 \angle$ omtrek) $\hat{B}_1 = \hat{E} = x$ (ooreenkomstige \angle e; $EC \parallel BF$) $\hat{F}_2 = x$ (buite- \angle koordevierhoek) $\hat{F}_2 = \hat{B}_1$ $DF = BD$ (teenoorstaande sye = \angle e)	$\checkmark \hat{F}_2 = x$ \checkmark buite- \angle = binne teenoorstaande \angle $\checkmark \hat{B}_1 = x$ \checkmark teenoorstaande sye = \angle e (4)

11.2.3	$\hat{C}_1 + \hat{C}_2 = x$ (\angle e teenoor gelyke sye in Δ) $\hat{C}_3 + \hat{C}_2 = x$ (ooreenkomstige \angle e $CE \parallel BF$) $\hat{C}_1 = \hat{C}_3$ OF $\hat{D} = 180^\circ - 2x$ (\angle som Δ) $\hat{O}_1 + \hat{D} = 180^\circ$ OCDB is 'n koordevierhoek (teenoorstaande \angle e suppl) $\hat{B}_3 = \hat{C}_3$ (buite- \angle koordevierhoek) $\hat{B}_3 = \hat{C}_1$ (\angle dieselfde segment) $\hat{C}_1 = \hat{C}_3$	$\checkmark \hat{C}_1 + \hat{C}_2 = x$ $\checkmark \angle$ e teenoor gelyke sye in Δ $\checkmark \hat{C}_2 + \hat{C}_3 = x$ \checkmark ooreenkomstige \angle e $CE \parallel BF$ \checkmark teenoorstaande \angle e suppl $\checkmark \hat{B}_3 = \hat{C}_3$ \checkmark buite- \angle koordevierhoek $\checkmark \hat{B}_3 = \hat{C}_1$ (4)
11.2.4	$\hat{D} = 180^\circ - 2x$ (\angle som Δ) $\hat{O}_2 = 180^\circ - 2x$ (\angle op reguitlyn) $\therefore \hat{D} = \hat{O}_2$ $\therefore \sin \hat{D} = \sin \hat{O}_2$ $\frac{\text{oppervlakte } \triangle BFD}{\text{oppervlakte } \triangle AOC}$ $= \frac{\frac{1}{2} DF \cdot BD \cdot \sin \hat{D}}{\frac{1}{2} AO \cdot OC \cdot \sin \hat{O}_2}$ $= \frac{\frac{1}{2} 5.5 \cdot \sin \hat{D}}{\frac{1}{2} 6.6 \cdot \sin \hat{O}_2}$ $= \frac{5.5}{6.6}$ $= \frac{25}{36}$	$\checkmark \hat{D} = 180^\circ - 2x$ $\checkmark \hat{O}_2 = 180^\circ - 2x$ $\checkmark \frac{\frac{1}{2} DF \cdot BD \cdot \sin \hat{D}}{\frac{1}{2} AO \cdot OC \cdot \sin \hat{O}_2}$ $\checkmark \frac{25}{36}$ (4) [22]

TOTAAL: 100