



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V1

NOVEMBER 2010

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 9 bladsye, 2 diagramvelle en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 11 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Rond antwoorde, indien nodig, tot TWEE desimale plekke af, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken NIE.
8. TWEE diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 5.3, VRAAG 6.4 en VRAAG 11.2 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie bladsye in die ruimtes voorsien en plaas die bladsye agterin jou ANTWOORDEBOEK.
9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van die vraestel ingesluit.
10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
11. Skryf leesbaar en bied jou werk netjies aan.

VRAAG 1

1.1 Los op vir x , korrek tot TWEE desimale plekke, waar nodig:

1.1.1 $(3 - x)(5 - x) = 3$ (3)

1.1.2 $3x^2 = 2(x + 2)$ (4)

1.1.3 $4 + 5x > 6x^2$ (4)

1.2 Los vir x en y gelyktydig op:

$$\begin{aligned} 3y &= 2x \\ x^2 - y^2 + 2x - y &= 1 \end{aligned} \quad (7)$$

1.3 Bereken die heelgetal wat die naaste benadering is vir:

$$\frac{5^{2007} + 5^{2010}}{5^{2008} + 5^{2009}} \quad (\text{Toon ALLE bewerkinge.}) \quad (3)$$

[21]

VRAAG 2

2.1 Evalueer: $\sum_{n=1}^{20} 3^{n-2}$ (4)

2.2 Die volgende ry vorm 'n konvergente meetkundige ry: $5x$; x^2 ; $\frac{x^3}{5}$; ...

2.2.1 Bepaal die moontlike waardes van x . (3)

2.2.2 As $x = 2$, bereken S_{∞} . (2)

2.3 Die volgende rekenkundige ry word gegee: 20 ; 23 ; 26 ; 29; ... ; 101

2.3.1 Hoeveel terme is daar in hierdie ry? (2)

2.3.2 Die ewe getalle word uit die ry verwyder.
Bereken die som van die terme van die oorblywende ry. (6)

[17]

VRAAG 3

Die ry $4 ; 9 ; x ; 37 ; \dots$ is 'n kwadratiese ry.

3.1 Bereken x . (3)

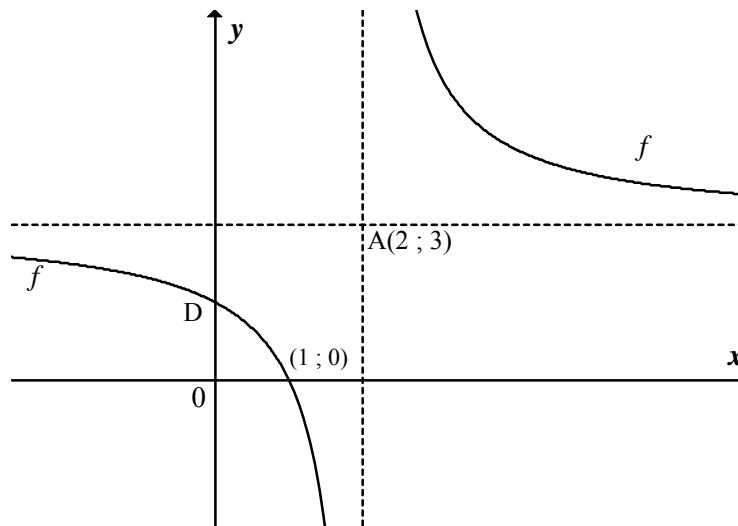
3.2 Bepaal vervolgens of andersins die n^{de} term van die ry. (4)
[7]

VRAAG 4

Gegee $f(x) = \frac{a}{x-p} + q$. Die punt $A(2 ; 3)$ is die snypunt van die asimptote van f .

Die grafiek van f sny die x -as by $(1 ; 0)$.

D is die y -afsnit van f .



4.1 Skryf die vergelykings van die asimptote van f neer. (2)

4.2 Bepaal 'n vergelyking van f . (3)

4.3 Skryf die koördinate van D neer. (2)

4.4 Skryf die vergelyking van g neer, as g die reguitlyn wat A en D verbind, is. (3)

4.5 Skryf die koördinate van die ander snypunt van f en g neer. (4)
[14]

VRAAG 5

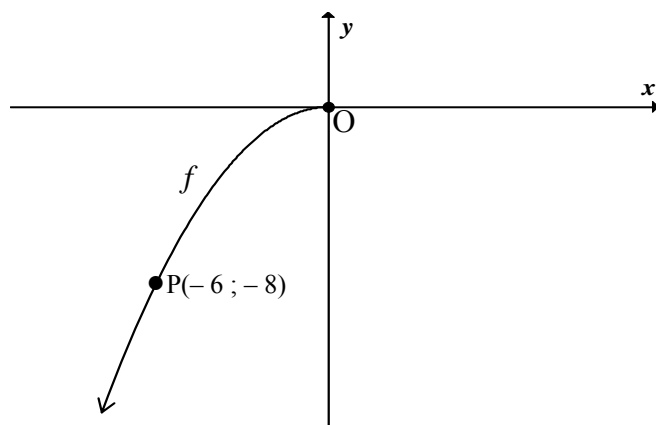
Oorweeg die funksie $f(x) = 4^{-x} - 2$.

- 5.1 Bereken die koördinate van die afsnitte van f met die asse. (4)
- 5.2 Skryf die vergelyking van die asimptoot van f neer. (1)
- 5.3 Teken die grafiek van f op DIAGRAMVEL 1. (3)
- 5.4 Skryf die vergelyking van g neer, as g die grafiek van f is wat 2 eenhede opwaarts geskuif is. (1)
- 5.5 Los op vir x as $f(x) = 3$. ('n Vereenvoudigde antwoord is nie nodig nie.) (3)
- [12]**

VRAAG 6

Die grafiek van $f(x) = ax^2$, $x \leq 0$, is hieronder gegee.

Die punt $P(-6; -8)$ lê op die grafiek van f .



- 6.1 Bereken die waarde van a . (2)
- 6.2 Bepaal die vergelyking van f^{-1} , in die vorm $y = \dots$ (3)
- 6.3 Skryf die waardeversameling (terrein) van f^{-1} neer. (1)
- 6.4 Skets die grafiek van f^{-1} op DIAGRAMVEL 1. Dui die koördinate van 'n punt op die grafiek, anders as $(0; 0)$, aan. (2)
- 6.5 Die grafiek van f word oor die lyn $y = x$ gereflekteer en daarna oor die x -as gereflekteer. Bepaal die vergelyking van die nuwe funksie in die vorm $y = \dots$ (3)
- [11]**

VRAAG 7

- 7.1 Teen watter jaarlikse rentekoers, kwartaalliks saamgestel, moet 'n enkelbedrag belê word sodat dit binne 6 jaar verdubbel? (5)
- 7.2 Timothy koop meubels ter waarde van R10 000. Hy leen op 1 Februarie 2010 die geld by 'n finansiële instelling wat 'n rentekoers van 9,5% p.j. maandeliks saamgestel, vra. Timothy stem in om maandelikse paaieimente van R450 te betaal. Die leningsooreenkoms laat Timothy toe om hierdie gelyke maandelikse paaieimente vanaf 1 Augustus 2010 te begin betaal.
- 7.2.1 Bereken die totale bedrag verskuldig aan die finansiële instelling op 1 Julie 2010. (2)
- 7.2.2 Hoeveel maande sal dit Timothy neem om die lening terug te betaal? (4)
- 7.2.3 Wat is die balans van die lening onmiddellik nadat Timothy die 25^{ste} betaling gemaak het? (3)
- [14]

VRAAG 8

- 8.1 Differensieer $g(x) = x^2 - 5$ vanuit eerste beginsels. (5)
- 8.2 Evalueer $\frac{dy}{dx}$ as $y = \frac{x^6}{2} + 4\sqrt{x}$. (3)
- 8.3 'n Funksie $g(x) = ax^2 + \frac{b}{x}$ het 'n minimum waarde by $x = 4$. Die funksiewaarde by $x = 4$ is 96. Bereken die waardes van a en b . (6)
- [14]

VRAAG 9

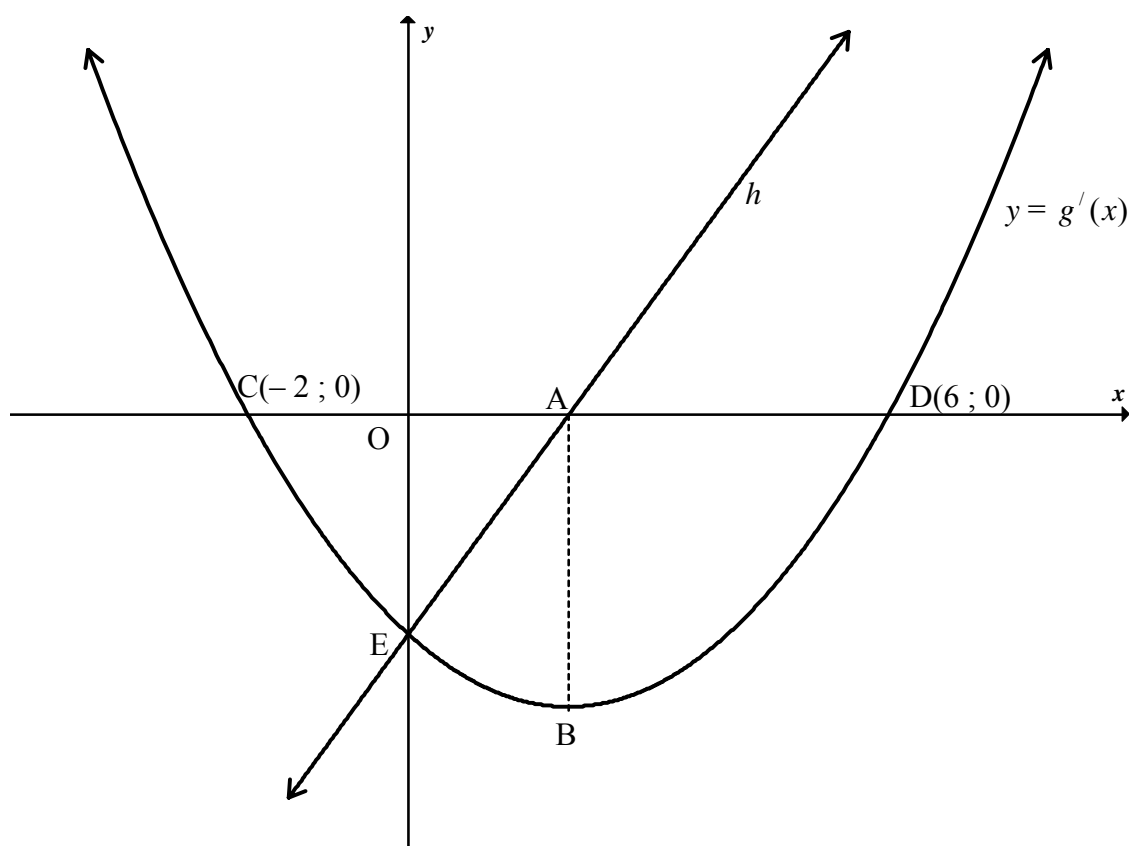
Die grafieke van $y = g'(x) = ax^2 + bx + c$ en $h(x) = 2x - 4$ is hieronder geskets. Die grafiek van $y = g'(x) = ax^2 + bx + c$ is die grafiek van die afgeleide van 'n derdemagsfunksie g .

Die grafieke van h en g' het 'n gemeenskaplike y -afsnit by E .

$C(-2; 0)$ en $D(6; 0)$ is die x -afsnitte van die grafiek van g' .

A is die x -afsnit van h en B is die draaipunt van g' .

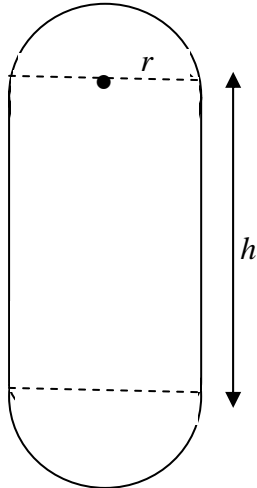
$AB \parallel y$ -as.



- 9.1 Skryf die koördinate van E neer. (1)
- 9.2 Bepaal die vergelyking van die grafiek van g' in die vorm $y = ax^2 + bx + c$. (4)
- 9.3 Skryf die x -koördinate van die draaipunte van g neer. (2)
- 9.4 Skryf die x -koördinaat van die punt van infleksie van die grafiek van g neer. (2)
- 9.5 Verduidelik hoekom g 'n lokale maksimum by $x = -2$ het. (3)
- [12]**

VRAAG 10

'n Satelliet moet in die vorm van 'n silinder gebou word met 'n halfsfeer op elke punt. Die radius van die silinder is r meter en die hoogte is h meter (sien diagram hieronder). Die buite-oppervlakte van die satelliet moet met hittebestande materiaal, wat baie duur is, bedek word. Die volume van die satelliet moet $\frac{\pi}{6}$ kubieke meter wees.



Buite-oppervlakte van 'n sfeer = $4\pi r^2$

Geboë oppervlakte van 'n silinder = $2\pi rh$

Volume van 'n sfeer = $\frac{4}{3}\pi r^3$

Volume van 'n silinder = $\pi r^2 h$

10.1 Toon dat $h = \frac{1}{6r^2} - \frac{4r}{3}$. (3)

10.2 Toon vervolgens dat die buite-oppervlakte van die satelliet gegee kan word as $S = \frac{4\pi r^2}{3} + \frac{\pi}{3r}$. (3)

10.3 Bereken die minimum buite-oppervlakte van die satelliet. (6)
[12]

VRAAG 11

'n Fabriek vervaardig twee tipes braaistaanders, Tipe **A** en Tipe **B**.

- Tipe A benodig een uur vir masjinerie en drie uur vir sweis en afwerking.
- Tipe B benodig twee uur vir masjinerie en een uur vir sweis en afwerking.
- Die fabriek het nie meer as 28 uur vir masjinerie en nie meer as 24 uur vir sweis en afwerking op een dag beskikbaar nie.

- 11.1 As die fabriek x Tipe A-braaistaanders en y Tipe B-braaistaanders op 'n spesifieke dag vervaardig, skryf die betrokke beperkings in terme van x en y neer. (4)
- 11.2 Stel die stelselbeperkings voor op die grafiekpapier wat op DIAGRAMVEL 2 voorsien word. Dui die gangbare gebied met skakering aan. (3)
- 11.3 Bepaal nou die grootste getal van die volgende tipes wat op een dag vervaardig kan word:
- 11.3.1 Tipe A (1)
- 11.3.2 Tipe B (1)
- 11.4 Bepaal hoeveel Tipe A- en Tipe B-braaistaanders elke dag vervaardig moet word sodat die fabriek die maksimum getal braaistaanders kan vervaardig. (2)
- 11.5 As die aanvraag vir Tipe A-braaistaanders ten minste so groot is as die aanvraag vir Tipe B-braaistaanders, bereken die grootste getal braaistaanders wat op een dag vervaardig kan word en die masjinerie tyd wat in hierdie geval benodig sal word. (5)

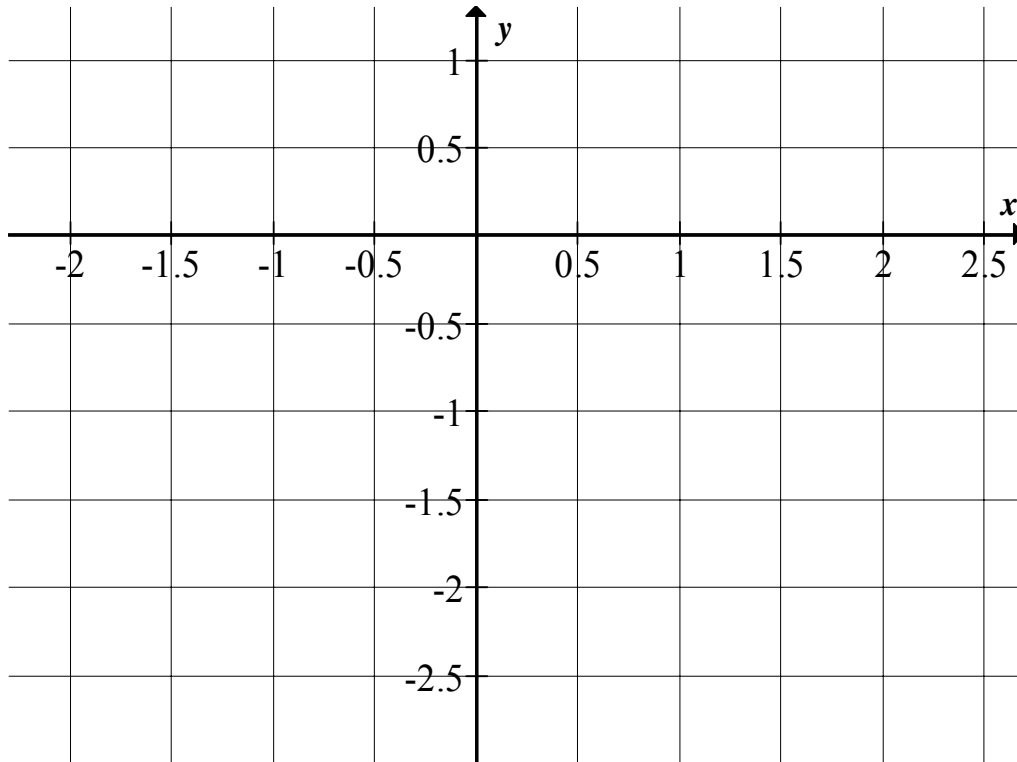
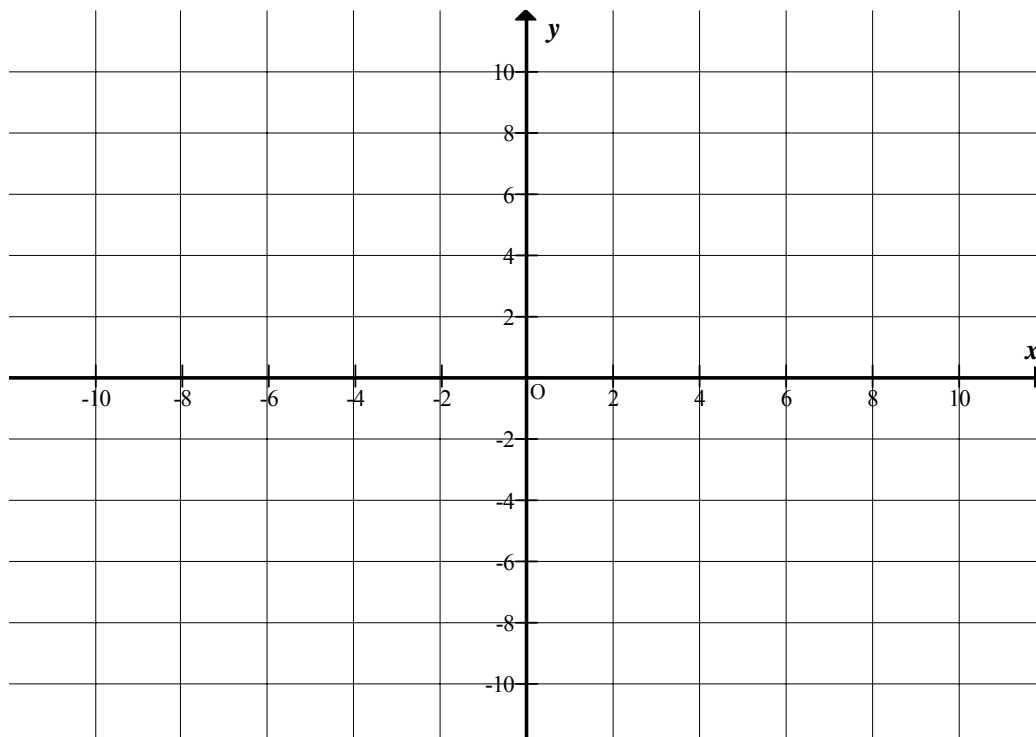
[16]**TOTAAL: 150**

SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

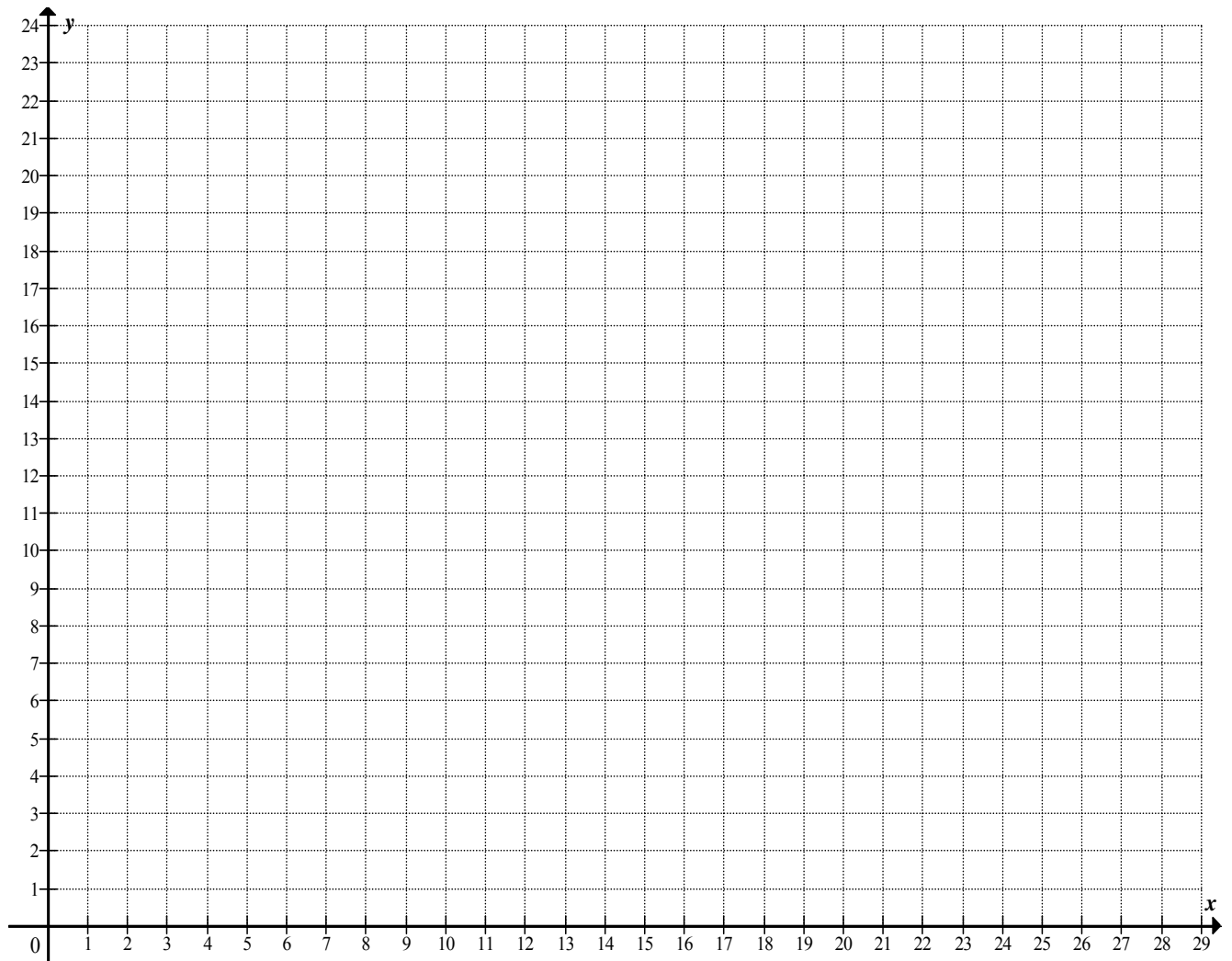
DIAGRAMVEL 1**VRAAG 5.3****VRAAG 6.4**

SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 2**VRAAG 11.2**

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta + y \sin \theta; y \cos \theta - x \sin \theta)$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$