



# education

Department:  
Education  
**REPUBLIC OF SOUTH AFRICA**

**NASIONALE  
SENIOR SERTIFIKAAT**

**GRAAD 12**

**WISKUNDE V2**

**FEBRUARIE/MAART 2010**

**PUNTE: 150**

**TYD: 3 uur**

**Hierdie vraestel bestaan uit 11 bladsye, 3 diagramvelle en 1 inligtingsblad.**

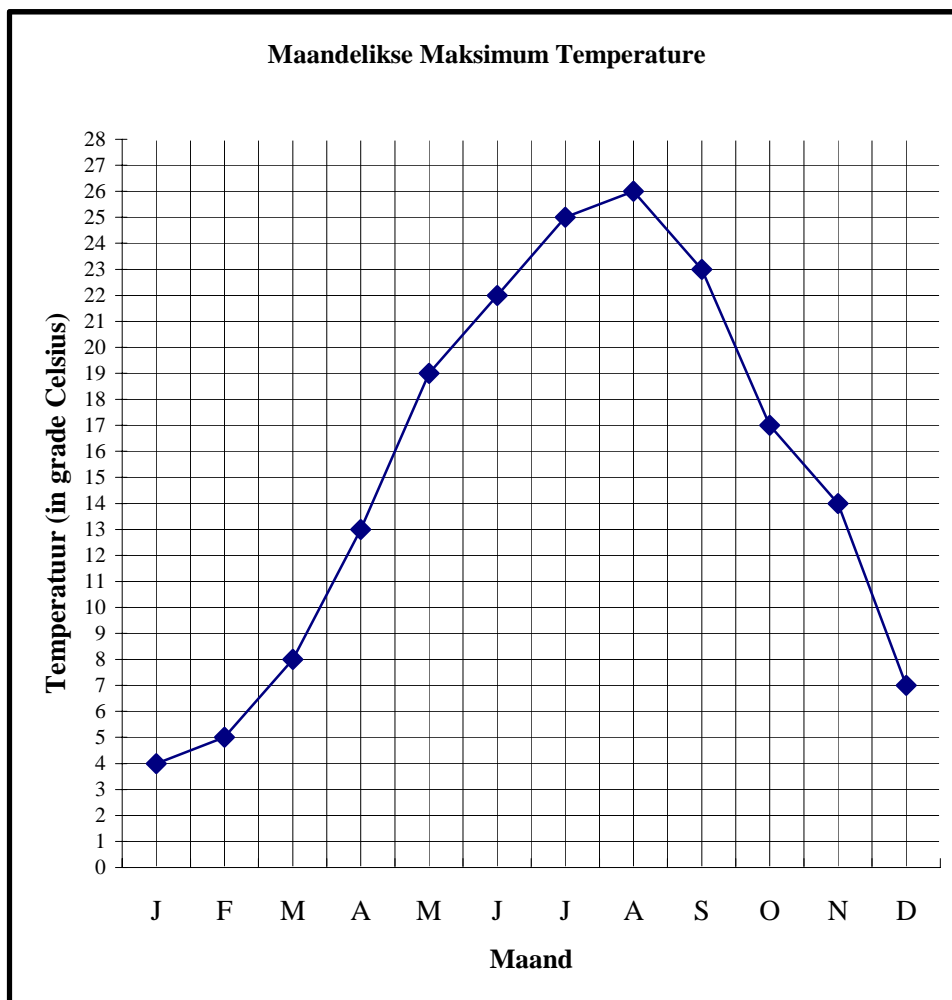
**INSTRUKSIES EN INLIGTING**

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae. Beantwoord AL die vrae.
2. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan. Om slegs antwoorde te verskaf sal nie noodwendig volle punte versorg nie.
3. 'n Goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) mag gebruik word, tensy anders aangedui.
4. Indien nodig, moet antwoorde tot TWEE desimale plekke afgerond word, tensy anders aangedui.
5. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
6. DRIE diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 2.1.1, VRAAG 3.1, VRAAG 3.2, VRAAG 3.4 en VRAAG 11.2 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie blaaie in die ruimtes voorsien, en plaas die blaaie agterin jou ANTWOORDEBOEK.
7. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
8. Dit is tot jou eie voordeel om leesbaar te skryf en netjies te werk.

**VRAAG 1**

Die grafiek hieronder toon die maandelikse maksimum temperature vir 'n sekere stad.



- 1.1 Wat is die variasiewydte (omvang) van die maandelikse maksimum temperature? (2)
- 1.2 Bereken die gemiddelde maandelikse maksimum temperatuur. (3)
- 1.3 Bereken die standaardafwyking van die maandelikse maksimum temperatuur. (2)
- 1.4 Hulle voorspel dat aardverwarming moontlik die stad se maandelikse maksimum temperatuur oor eenhonderd jaar van nou af met  $5^{\circ}\text{C}$  in Desember, Januarie en Februarie kan laat toeneem. Dit sal ook 'n toename van  $1^{\circ}\text{C}$  in die ander maande van die jaar veroorsaak.
  - 1.4.1 Met hoeveel sal die gemiddelde toeneem? (2)
  - 1.4.2 Beskryf die effek wat die voorgestelde toename in temperatuur op die standaardafwyking sal hê. Motiveer jou antwoord. (2)

**[11]**

**VRAAG 2**

- 2.1 'n Studie is oor sokkerspelers in Suid-Afrika gedoen. Die aantal doele aangeteken in 'n seisoen is gemeet teenoor die aantal uur wat elke speler per week geoefen het. Die tabel hieronder vertoon die resultate.

Uur geofen ( $x$ )	17	22	20	14	19	21	15	18	16
Aantal doele ( $y$ )	11	14	13	10	8	13	11	12	11

- 2.1.1 Teken 'n spreidiagram vir die data op DIAGRAMVEL 1. (3)
- 2.1.2 Een van die datapunte is 'n uitskieter. Dui hierdie punt op die diagram met die letter A aan. (1)
- 2.1.3 Gebruik jou grafiek om die aantal doele te voorspel wat 'n speler wat 10 uur per week oefen, aanteken. (2)
- 2.2 Leerders by Hoërskool Phambili reis vanaf drie verskillende woongebiede, woongebied A, B en C. Die tabel hieronder toon die aantal leerders vanaf elke woongebied. Op 'n sekere dag het 'n onderwyser 'n opname gemaak van die leerders se reistye vanaf hul huise na die skool. Die resultate word hieronder getoon.

Woongebied	A	B	C
Getal leerders	135	225	200
Gemiddelde reistyd (in min.)	24	32	$x$

Die gemiddelde reistyd vir leerders wat in woongebied C woon, is dieselfde as die gemiddelde reistyd vir al 560 leerders.

- Bereken die gemiddelde reistyd vir woongebied C. (4)  
**[10]**

**VRAAG 3**

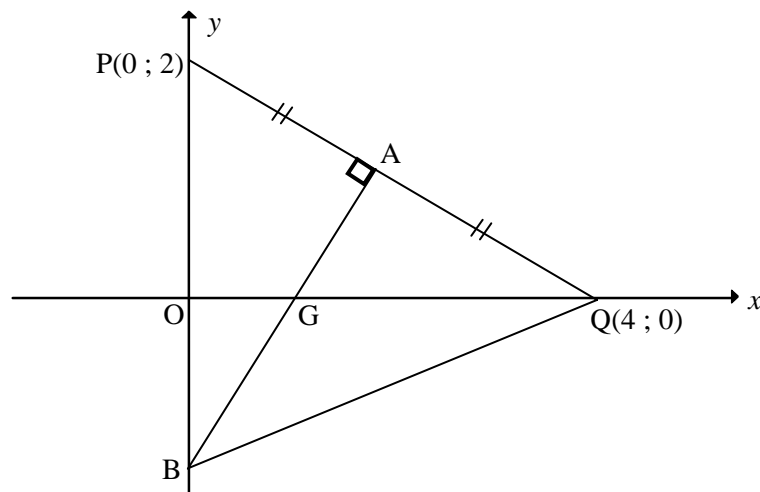
Die tyd (tot die naaste minuut) wat geneem is om 'n sekere taak te voltooi, is by 48 geleenthede aangeteken en die volgende data is verkry.

Tyd (in minute)	Frekwensie
$11 \leq t < 15$	6
$15 \leq t < 19$	9
$19 \leq t < 23$	13
$23 \leq t < 27$	12
$27 \leq t \leq 30$	8

- 3.1 Voltooi die kumulatiewefrekwensie-tabel op DIAGRAMVEL 2. (1)
- 3.2 Teken 'n ogief (kumulatiewefrekwensie-grafiek) vir die gegewe data op DIAGRAMVEL 2. (4)
- 3.3 Bepaal, vanaf die ogief, die mediaan, onderste kwartiel en boonste kwartiel vir die data. (3)
- 3.4 Teken 'n mond-en-snor-diagram van die data op DIAGRAMVEL 3. (2)
- 3.5 Lewer kommentaar op die verspreiding van die tyd geneem om die taak te voltooi. (1)
- [11]

**VRAAG 4**

Die diagram hieronder toon die punte  $P(0 ; 2)$  en  $Q(4 ; 0)$ . Punt A is die middelpunt van PQ. Die lyn AB is loodreg op PQ en sny die  $x$ -as by G en die  $y$ -as by B.

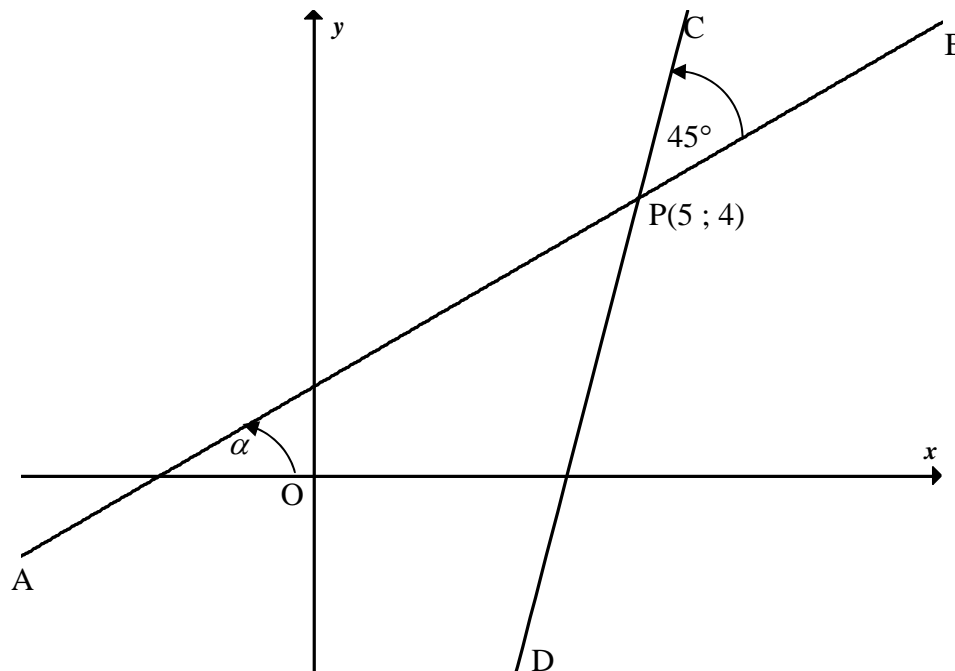


- 4.1 Bewys dat die gradiënt van PQ  $-\frac{1}{2}$  is. (1)
- 4.2 Bepaal die koördinate van A. (2)
- 4.3 Bepaal die vergelyking van die lyn AB. (3)
- 4.4 Bereken die lengte van BQ. (3)
- 4.5 Toon aan dat  $\triangle BPQ$  gelykbenig is. (2)
- 4.6 As PBQR 'n ruit is, bepaal die koördinate van R. (3)

**[14]**

**VRAAG 5**

Die reguitlyn AB het die vergelyking  $5y - 3x - 5 = 0$ . 'n Ander reguitlyn CD word geteken om AB by  $P(5; 4)$  te sny, sodat die skerphoek tussen AB en CD gelyk aan  $45^\circ$  is.



- 5.1 Bepaal die gradiënt van die lyn CD. (5)
- 5.2 Bepaal gevolglik, of andersins, die vergelyking van die lyn CD. (2)
- [7]

**VRAAG 6**

- 6.1 Bepaal die middelpunt en die radius van die sirkel met die vergelyking  $x^2 + y^2 + 8x + 4y - 38 = 0$ . (4)
- 6.2 'n Tweede sirkel het die vergelyking  $(x - 4)^2 + (y - 6)^2 = 26$ . Bereken die afstand tussen die middelpunte van die twee sirkels. (2)
- 6.3 Toon gevolglik dat die sirkels wat in VRAAG 6.1 en VRAAG 6.2 beskryf word, mekaar sny. (3)
- 6.4 Toon dat die twee sirkels in die lyn  $y = -x + 4$  sny. (4)
- [13]

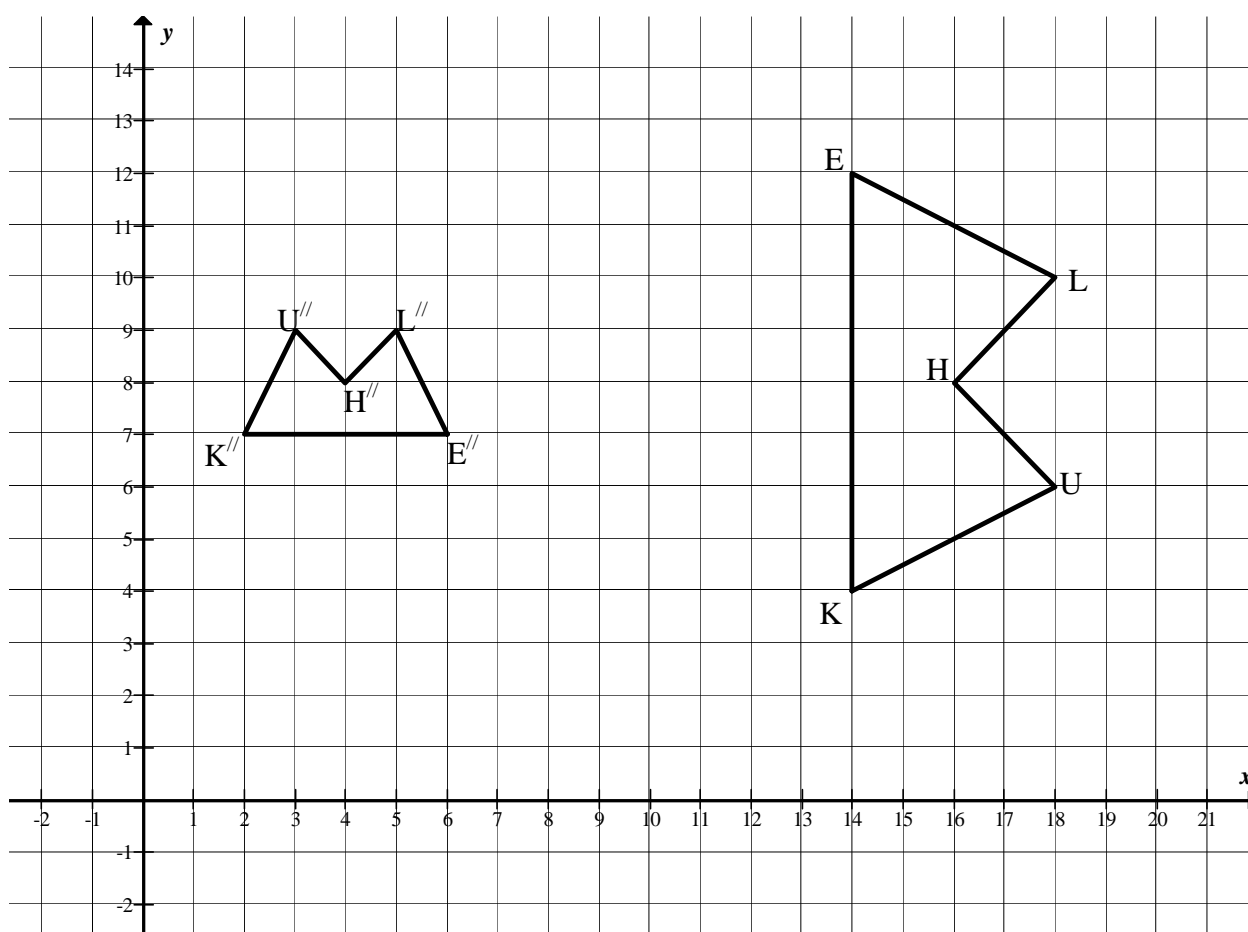
**VRAAG 7**

7.1 Die punt  $P(-2; 5)$  lê in 'n Cartesiese vlak. Bepaal die koördinate van  $P'$ , die beeld van  $P$ , indien:

7.1.1  $P$  oor die lyn  $y = x$  gereflekteer word (1)

7.1.2  $P$   $90^\circ$  in 'n kloksgewyse rigting om die oorsprong geroteer word (2)

7.2 KUHLE ondergaan twee transformasies om  $K''U''H''L''E''$  te verkry.  
 $K''(2; 7)$ ,  $U''(3; 9)$ ,  $H''(4; 8)$ ,  $L''(5; 9)$  en  $E''(6; 7)$  is die koördinate van die hoekpunte van  $K''U''H''L''E''$ .



7.2.1 Beskryf, in woorde, twee transformasies van KUHLE (in die volgorde waarin dit gebeur) om  $K''U''H''L''E''$  te verkry. (4)

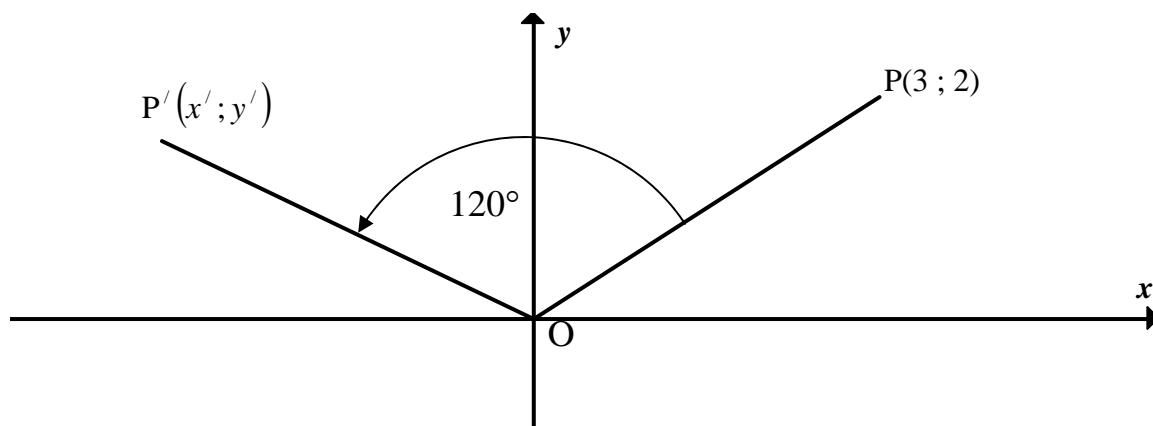
7.2.2 Skryf TWEE moontlike stelle koördinate vir  $H'$ , die beeld van  $H$  na die eerste transformasie, neer. (2)

7.2.3 Bepaal: oppervlakte van KUHLE : oppervlakte van  $K''U''H''L''E''$ . (2)  
**[11]**



**VRAAG 8**

(Jy mag NIE 'n sakrekenaar gebruik om hierdie vraag te beantwoord nie.)



- 8.1 Die punt  $P(3; 2)$  word deur  $120^\circ$  in 'n antiklosgewyse rigting om die oorsprong geroteer. Bepaal  $x'$  en  $y'$ , die koördinate van  $P'$ . (6)
- 8.2 Dieselfde rotering stuur 'n punt  $Q$  na  $(-2; 0)$ . Bepaal die koördinate van  $Q$ . (4)
- [10]**

**VRAAG 9**

- 9.1 Indien  $4 \tan \theta = 3$  en  $180^\circ < \theta < 360^\circ$ , bepaal met behulp van 'n diagram:
- 9.1.1  $\sin \theta + \cos \theta$  (4)
- 9.1.2  $\tan 2\theta$  (5)
- 9.2 9.2.1 Toon dat:  $\frac{\cos(360^\circ - x) \tan^2 x}{\sin(x - 180^\circ) \cos(90^\circ + x)} = \frac{1}{\cos x}$  (5)
- 9.2.2 Bereken gevolglik, sonder die hulp van 'n sakrekenaar, die waarde van:
- $$\frac{\cos 330^\circ \tan^2 30^\circ}{\sin(-150^\circ) \cos 120^\circ} \quad (\text{Laat jou antwoord in wortelvorm.})$$
- (2)
- [16]**

**VRAAG 10**

10.1 Indien  $\sin 36^\circ \cos 12^\circ = p$  en  $\cos 36^\circ \sin 12^\circ = q$ , bepaal in terme van  $p$  en  $q$  die waarde van:

10.1.1  $\sin 48^\circ$  (3)

10.1.2  $\sin 24^\circ$  (3)

10.1.3  $\cos 24^\circ$  (3)

10.2 Toon dat  $\sin^2 20^\circ + \sin^2 40^\circ + \sin^2 80^\circ = \frac{3}{2}$

(WENK:  $40^\circ = 60^\circ - 20^\circ$  en  $80^\circ = 60^\circ + 20^\circ$ ) (7)

10.3 10.3.1 Bewys:  $\frac{\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x$  (4)

10.3.2 Vir watter waardes van  $x$  is  $\frac{\sin^4 x + \sin^2 x \cos^2 x}{1 + \cos x} = 1 - \cos x$  NIE waar nie? (2)  
[22]

**VRAAG 11**

Gegee:  $f(x) = 1 + \sin x$  en  $g(x) = \cos 2x$

11.1 Bereken die snypunte van die grafieke van  $f$  en  $g$  vir  $x \in [180^\circ; 360^\circ]$ . (7)

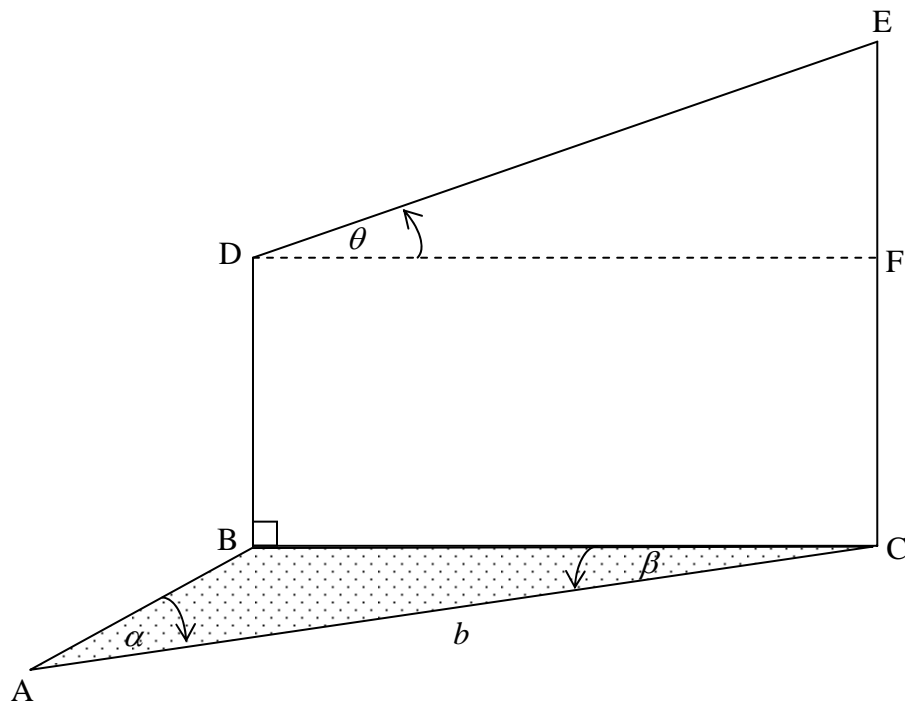
11.2 Teken sketsgrafieke van  $f$  en  $g$  vir  $x \in [180^\circ; 360^\circ]$  op dieselfde assestelsel wat op DIAGRAMVEL 3 voorsien is. (4)

11.3 Vir watter waardes van  $x$  sal  $f(x) \leq g(x)$  vir  $x \in [180^\circ; 360^\circ]$ ? (3)  
[14]

**VRAAG 12**

In die diagram hieronder is A, B en C drie punte in dieselfde horisontale vlak. D is vertikaal bo B en E is vertikaal bo C. Die hoogtehoek vanaf D na E is  $\theta^\circ$ . F is 'n punt op EC sodat  $DF \parallel BC$ .

$\hat{BAC} = \alpha$ ,  $\hat{ACB} = \beta$  en  $AC = b$  meter.



12.1 Bewys dat  $DE = \frac{b \sin \alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cos \theta}$  (6)

12.2 Bereken DE indien  $b = 2\,000$  meter,  $\alpha = 43^\circ$ ,  $\beta = 36^\circ$  en  $\theta = 27^\circ$ . (3)  
[9]

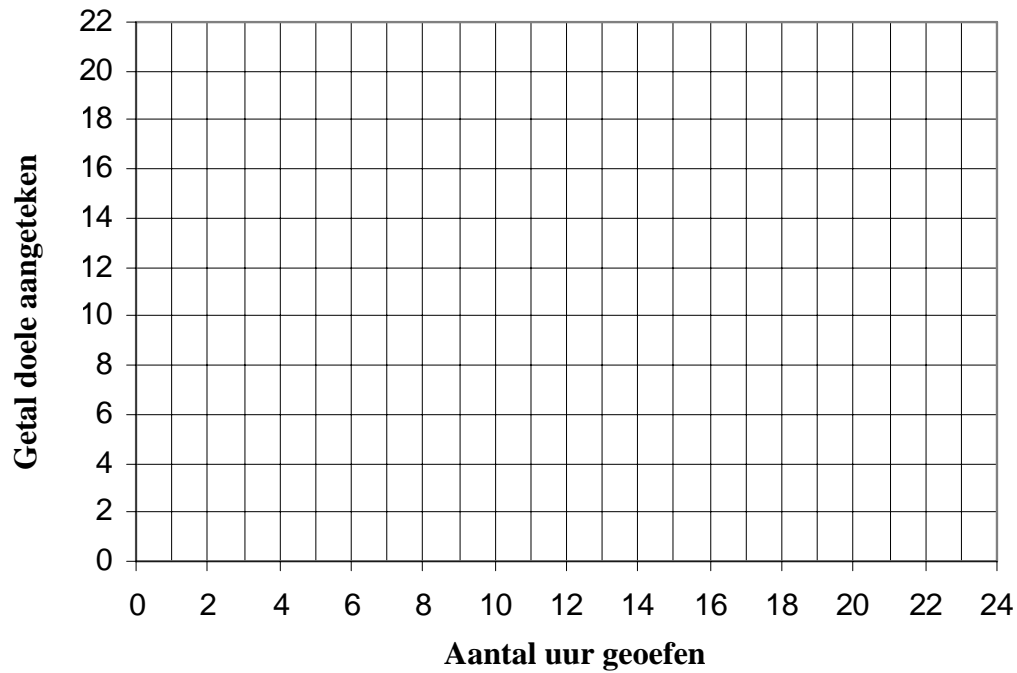
**TOTAAL: 150**

**SENTRUMNOMMER:**

--	--	--	--	--	--	--	--

**EKSAMENNOMMER:**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**DIAGRAMVEL 1****VRAAG 2.1.1**

**SENTRUMNOMMER:**

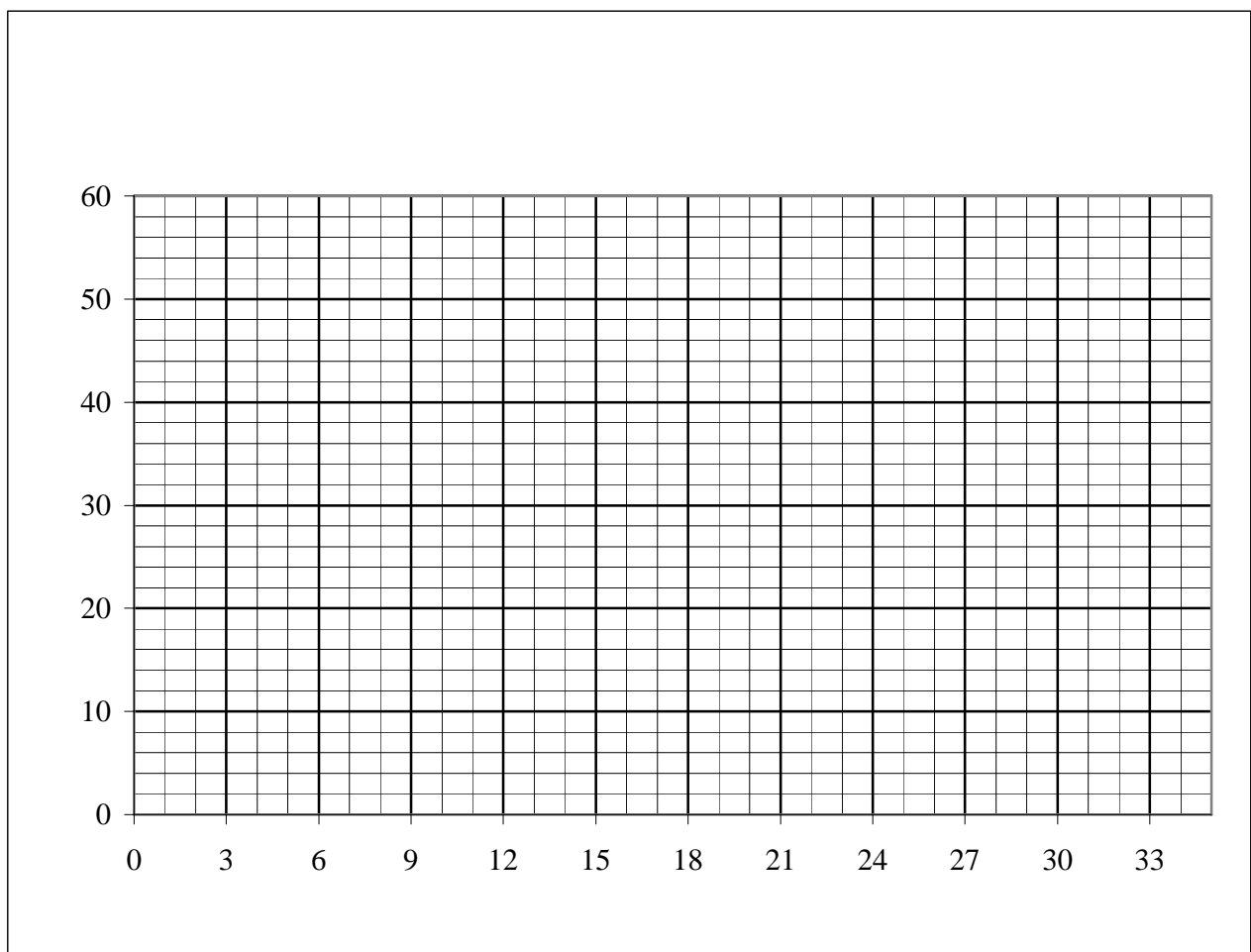
--	--	--	--	--	--	--	--

**EKSAMENNOMMER:**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**DIAGRAMVEL 2****VRAAG 3.1**

Tyd (in minute)	Frekwensie	Kumulatiewe frekwensie
$11 \leq t < 15$	60	
$15 \leq t < 19$	9	
$19 \leq t < 23$	13	
$23 \leq t < 27$	12	
$27 \leq t \leq 30$	8	

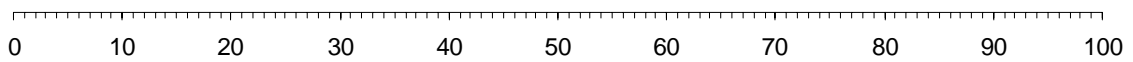
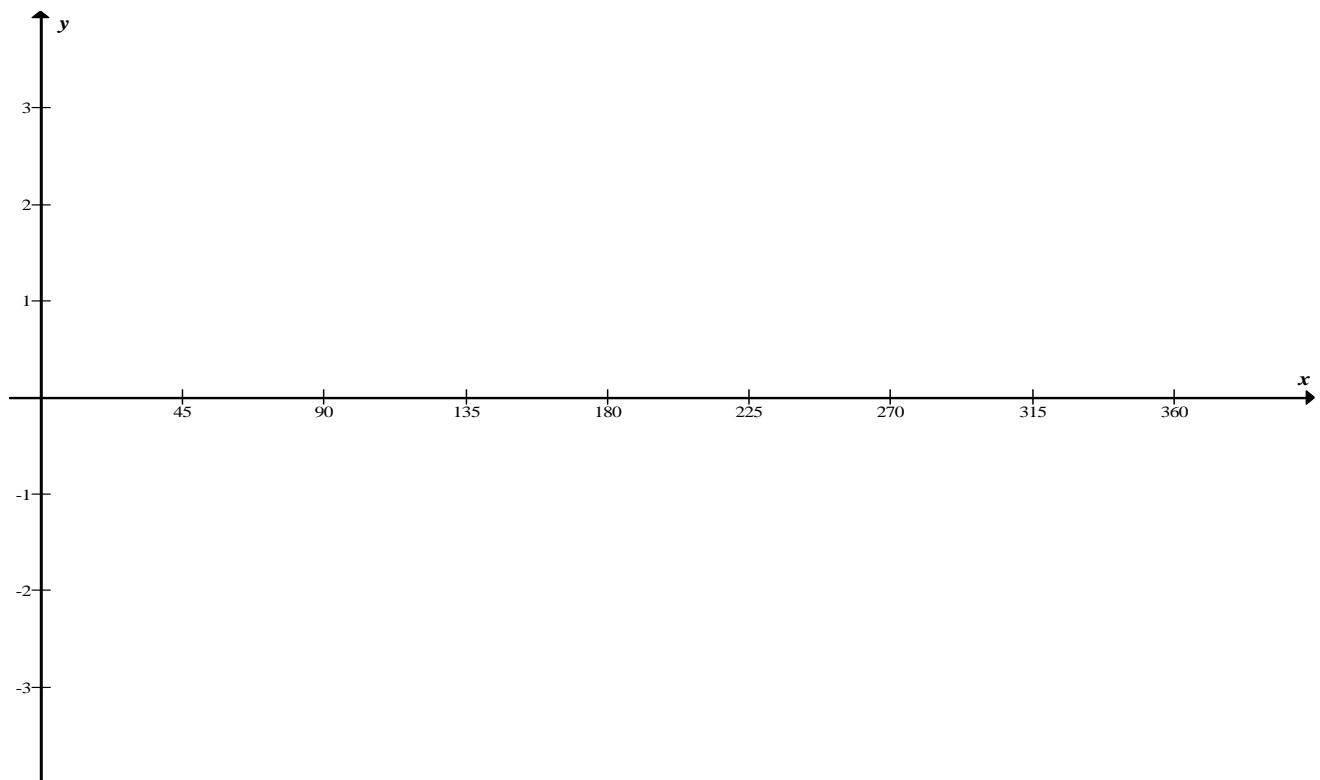
**VRAAG 3.2**

**SENTRUMNOMMER:**

--	--	--	--	--	--	--	--

**EKSAMENNOMMER:**

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

**DIAGRAMVEL 3****VRAAG 3.4****VRAAG 11.2**

**INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE**  
**INFORMATION BLAD: MATHEMATICS**

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta + y \sin \theta; y \cos \theta - x \sin \theta)$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$