



basic education

Department:
Basic Education
REPUBLIC OF SOUTH AFRICA

NASIONALE SENIOR SERTIFIKAAT

GRAAD 12

WISKUNDE V2

NOVEMBER 2010

PUNTE: 150

TYD: 3 uur

Hierdie vraestel bestaan uit 10 bladsye, 4 diagramvelle en 1 inligtingsblad.

INSTRUKSIES EN INLIGTING

Lees die volgende instruksies aandagtig deur voordat die vrae beantwoord word.

1. Hierdie vraestel bestaan uit 12 vrae.
2. Beantwoord AL die vrae.
3. Dui ALLE berekeninge, diagramme, grafieke, ensovoorts wat jy in die bepaling van jou antwoorde gebruik het, duidelik aan.
4. Volpunte sal nie noodwendig aan antwoorde alleen toegeken word nie.
5. Jy mag 'n goedgekeurde, wetenskaplike sakrekenaar (nie-programmeerbaar en nie-grafies) gebruik, tensy anders vermeld.
6. Rond antwoorde af tot TWEE desimale plekke indien nodig, tensy anders vermeld.
7. Diagramme is NIE noodwendig volgens skaal geteken nie.
8. VIER diagramvelle vir die beantwoording van VRAAG 1.2, VRAAG 2.1, VRAAG 2.2, VRAAG 7.1 en VRAAG 12.1 is aan die einde van hierdie vraestel aangeheg. Skryf jou sentrumnommer en eksamennommer op hierdie blaaie in die ruimtes voorsien en plaas die blaaie agterin jou ANTWOORDEBOEK.
9. 'n Inligtingsblad, met formules, is aan die einde van hierdie vraestel ingesluit.
10. Nommer die antwoorde korrek volgens die nommeringstelsel wat in hierdie vraestel gebruik is.
11. Skryf leesbaar en bied jou werk netjies aan.

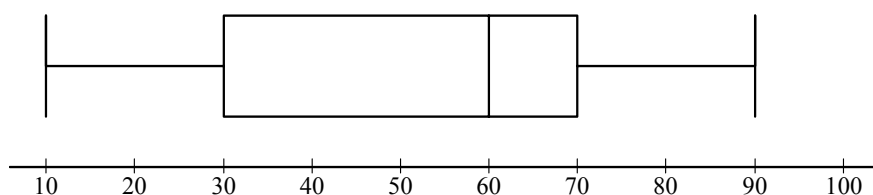
VRAAG 1

Twee Wiskundeklasse, A en B, kompeteer om te sien watter klas die beste in die Junie-eksamen presteer het. Die punte van die leerders in Klas A word hieronder gegee en die mond-en-snordigram hieronder illustreer die uitslae van Klas B. Albei klasse het 25 leerders. (Punte word in % gegee.)

Die punte van die leerders in
Klas A is:

9	14	14	19	21
23	33	35	37	37
42	45	55	56	57
59	68	75	75	75
77	78	80	81	92

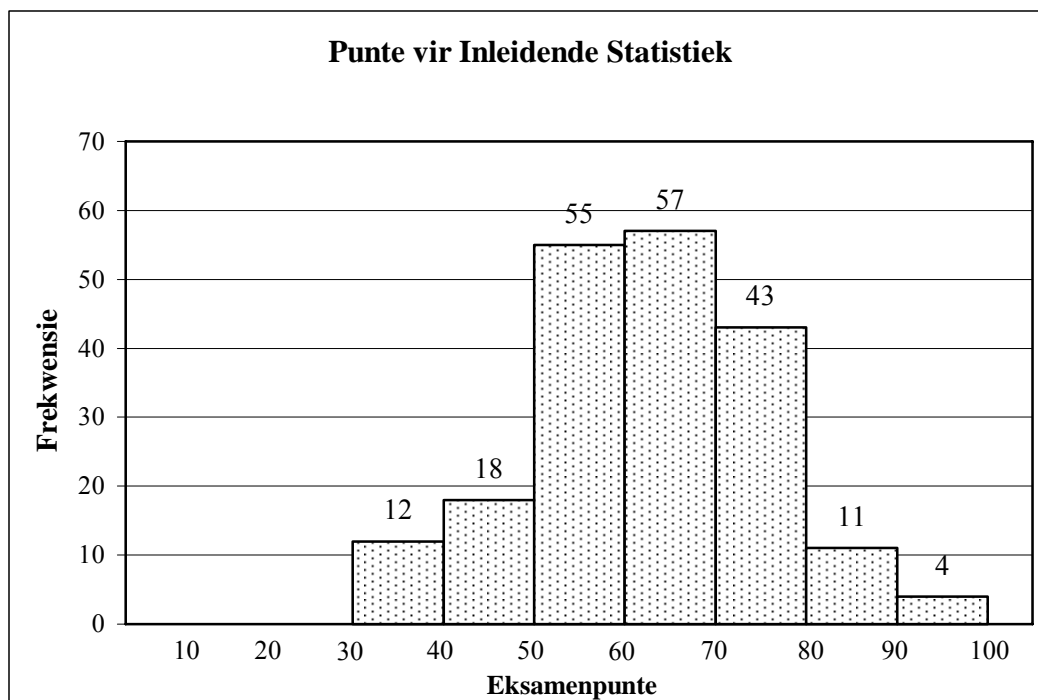
Die mond- en-snordigram vir die leerders in
Klas B is:



- 1.1 Skryf die vyf-getal-opsomming vir Klas A neer. (4)
 - 1.2 Teken die mond-en-snordigram wat Klas A se punte voorstel op DIAGRAMVEL 1. Dui ALLE relevante waardes duidelik aan. (2)
 - 1.3 Bepaal watter klas beter in die Junie-eksamen presteer het en gee redes vir jou gevolgtrekking. (3)
- [9]**

VRAAG 2

Die histogram hieronder toon die verspreiding van eksamenpunte vir 200 leerders vir Inleidende Statistiek.



- 2.1 Voltooi die kumulatiewe frekwensietabel vir die data hierbo wat op DIAGRAMVEL 2 voorsien is. (2)
- 2.2 Teken 'n ogief van die data hierbo op die rooster wat op DIAGRAMVEL 2 voorsien is. (5)
- 2.3 Gebruik die ogief om te skat hoeveel leerders bo 75% vir die eksamen behaal het. (1)
- [8]**

VRAAG 3

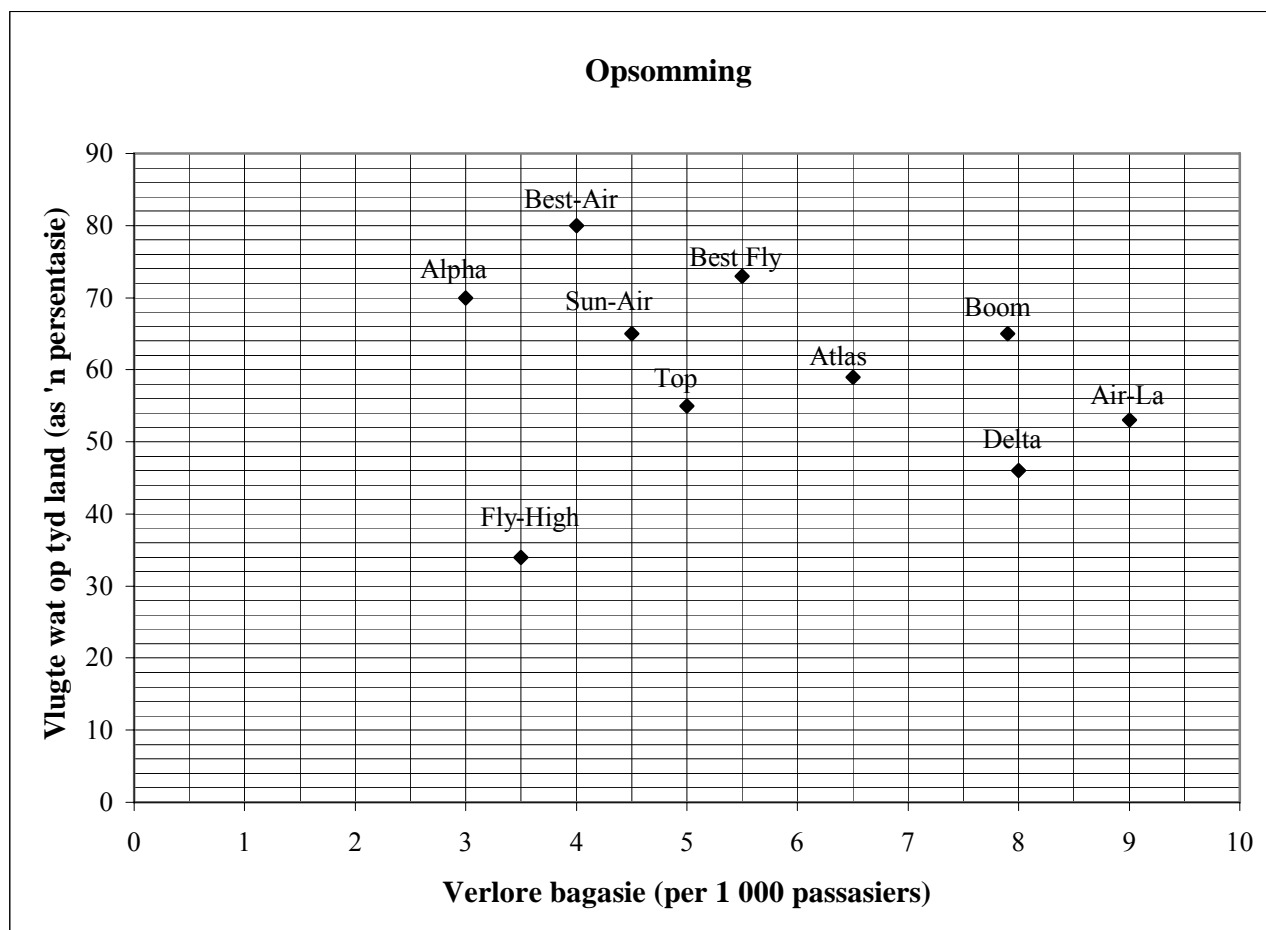
Die eienaar van 'n roomyswinkel het inligting ingewin oor die gemiddelde verkope per dag van liters roomys tydens 'n fees. Die tabel hieronder toon 'n opsomming vir 12 dae.

Dag	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Gemiddelde verkope van roomys (liter)	217	211	221	239	144	161	168	185	265	249	160	184

- 3.1 Bereken die gemiddelde getal liter roomys wat die winkel per dag gedurende die fees verkoop. (2)
- 3.2 Bereken die standaardafwyking van die gegewe inligting. (3)
- 3.3 Wat is the maksimum getal liter roomys wat die eienaar per dag in voorraad moet hê om binne EEN standaardafwyking van die gemiddelde te wees? (2)
- [7]**

VRAAG 4

'n Navorser vermoed dat lugrederye wie se vliegtuie op tyd land, minder geneig is om hul passasiers se bagasie te verloor. Inligting wat by 10 lugrederye ingewin is, is in die rooster hieronder opgesom.



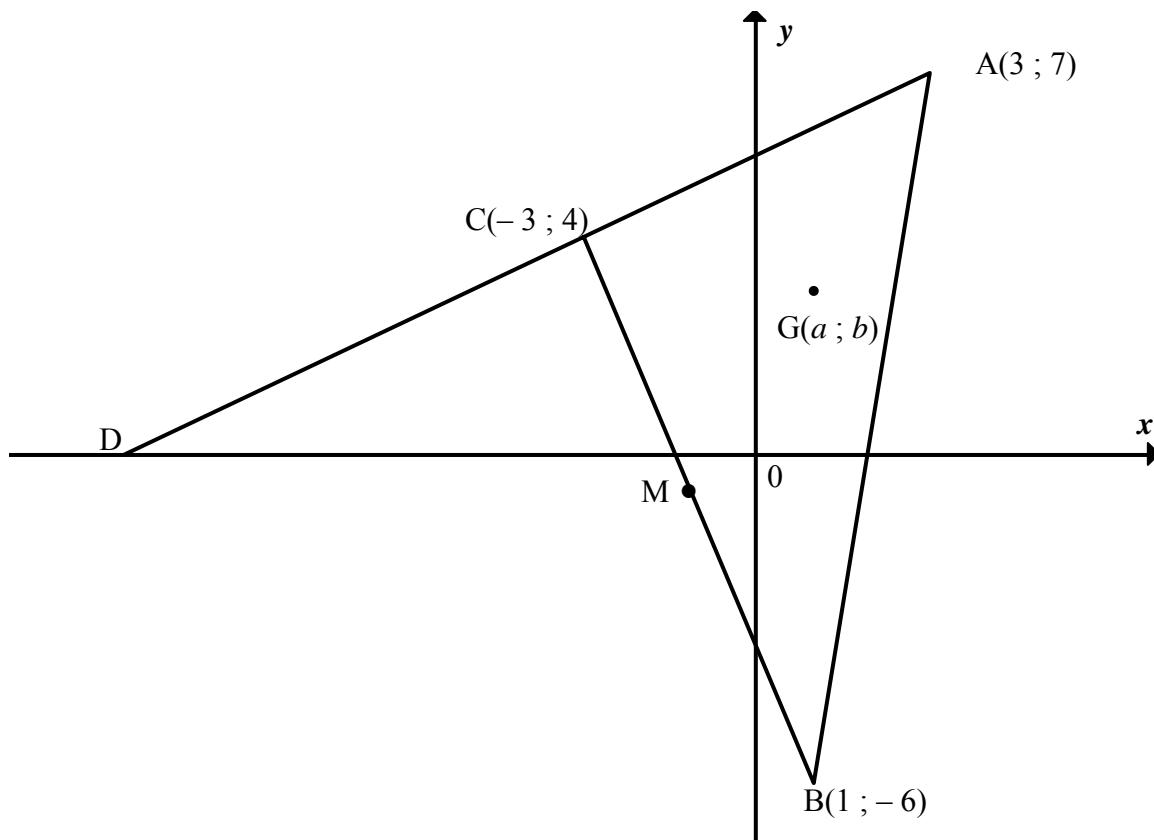
Gebruik die spreidingsdiagram om die volgende vrae te beantwoord.

- 4.1 Watter lugredery het die swakste rekord vir vlugte wat op tyd land? (1)
- 4.2 Is die volgende stelling waarskynlik WAAR? Motiveer jou antwoord.
Van die 5 120 passasiers wat deur Boom-lugredery vervoer is, het 40 passasiers hul bagasie verloor. (1)
- 4.3 Bevestig die data die navorser se vermoede? Regverdig jou antwoord. (2)
- 4.4 Watter EEN van die 10 lugrederye sou jy verkies om te gebruik? Gee 'n rede vir jou antwoord. (2)

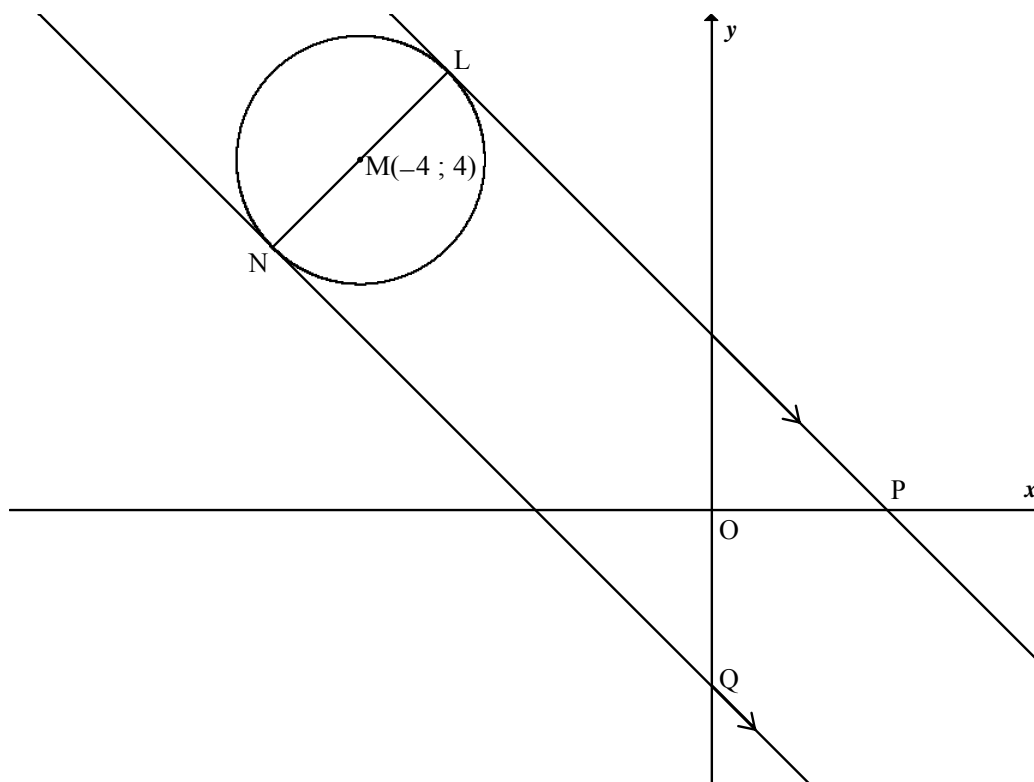
[6]

VRAAG 5

In die diagram hieronder is A, B en C die hoekpunte van 'n driehoek. AC is verleng om die x -as by D te sny.



- 5.1 Bereken die gradiënt van:
- 5.1.1 AD (2)
- 5.1.2 BC (1)
- 5.2 Bereken die grootte van \hat{DCB} . (3)
- 5.3 Skryf 'n vergelyking van die reguitlyn AD neer. (2)
- 5.4 Bepaal die koördinate van M, die middelpunt van BC. (2)
- 5.5 As $G(a; b)$ 'n punt is sodat A, G en M op dieselfde reguitlyn lê, toon dat $b = 2a + 1$. (4)
- 5.6 Bereken vervolgens TWEE moontlike waardes van b as $GC = \sqrt{17}$. (6)
- [20]**

VRAAG 6

Die lyn LP, met vergelyking $y + x - 2 = 0$, is 'n raaklyn by L aan die sirkel met middelpunt $M(-4; 4)$. LN is 'n middellyn van die sirkel. Ook is $LP \parallel NQ$, waar P op die x -as en Q op die y -as lê.

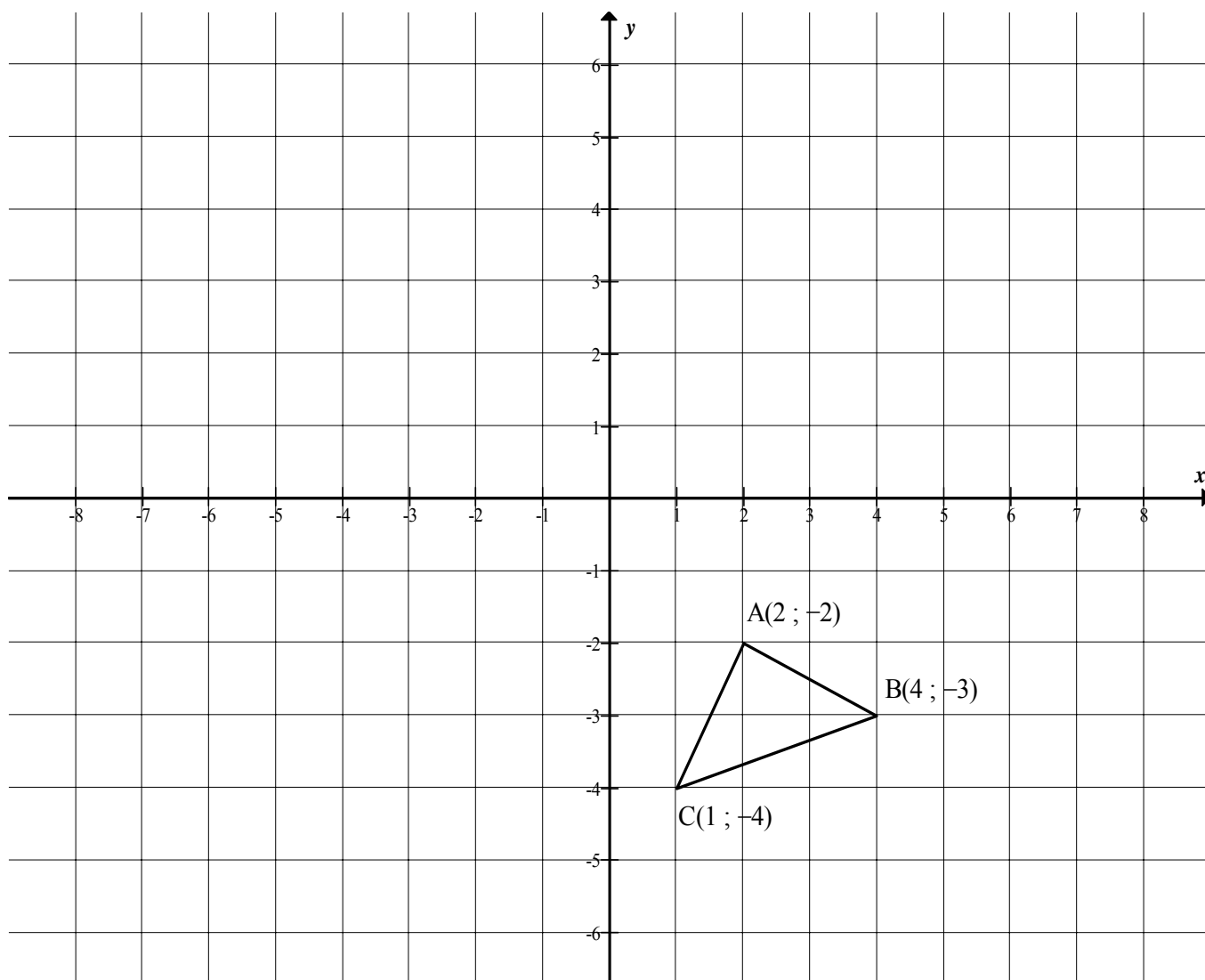
- 6.1 Bepaal die vergelyking van die middellyn LN. (3)
- 6.2 Bereken die koördinate van L. (2)
- 6.3 Bepaal die vergelyking van die sirkel. (3)
- 6.4 Skryf die koördinate van N neer. (3)
- 6.5 Skryf die vergelyking van NQ neer. (3)
- 6.6 As die lengte van die middellyn verdubbel word en die sirkel 6 eenhede horisontaal na regs getransleer word, skryf die vergelyking van die nuwe sirkel neer. (3)
- [17]**

VRAAG 7

'n Transformasie T word soos volg beskryf:

- 'n Refleksie in die x -as, gevolg deur
- 'n Translasie van 4 eenhede na links en 2 eenhede afwaarts, gevolg deur
- 'n Vergroting deur die oorsprong met 'n faktor van 2

In die diagram word $\triangle ABC$ gegee met hoekpunte $A(2; -2)$, $B(4; -3)$ en $C(1; -4)$.



7.1 As $\triangle ABC$ deur T na $\triangle A'B'C'$ (in daardie volgorde) transformeer word, gebruik die rooster wat op DIAGRAMVEL 3 voorsien word om $\triangle A'B'C'$ te teken. Toon ALLE stappe. (6)

7.2 Skryf die algemene reël vir $(x; y)$ onder transformasie T in die vorm $(x; y) \rightarrow \dots$ (4)

7.3 Bereken die oppervlakte van $\triangle A'B'C'$. (4)

[14]

VRAAG 8

- 8.1 Die punt $K(2 ; 4)$ word rondom die oorsprong deur 'n hoek van 75° geroteer, in 'n antikloksgewyse rigting. Sonder om 'n sakrekenaar te gebruik, bepaal die x -koördinaat van die beeld K' van K . Vereenvoudig jou antwoord. (6)
- 8.2 Die punt $(3 ; 1)$ word in 'n antikloksgewyse rigting rondom die oorsprong deur 'n hoek β geroteer. As die beeld $\left(\frac{3-\sqrt{3}}{2}; \frac{1+3\sqrt{3}}{2}\right)$ is, bereken β . (6)
[12]

VRAAG 9

Gegee: $\tan \alpha = \frac{3}{4}$; waar $\alpha \in [0^\circ ; 90^\circ]$

Bereken, met behulp van 'n skets en sonder om 'n sakrekenaar te gebruik:

- 9.1 $\sin \alpha$ (3)
- 9.2 $\cos^2(90^\circ - \alpha) - 1$ (2)
- 9.3 $1 - \sin 2\alpha$ (3)
[8]

VRAAG 10

(Jy mag NIE 'n sakrekenaar gebruik om hierdie vraag te beantwoord NIE.)

- 10.1 Vereenvoudig volledig:

$$\frac{\sin(90^\circ + \theta) + \cos(180^\circ + \theta)\sin(-\theta)}{\sin 180^\circ - \tan 135^\circ} \quad (5)$$

- 10.2 Bewys dat vir enige hoek A :

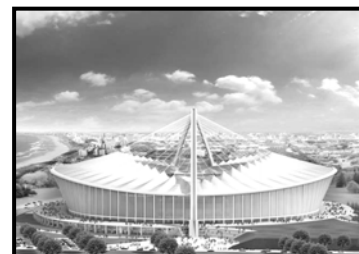
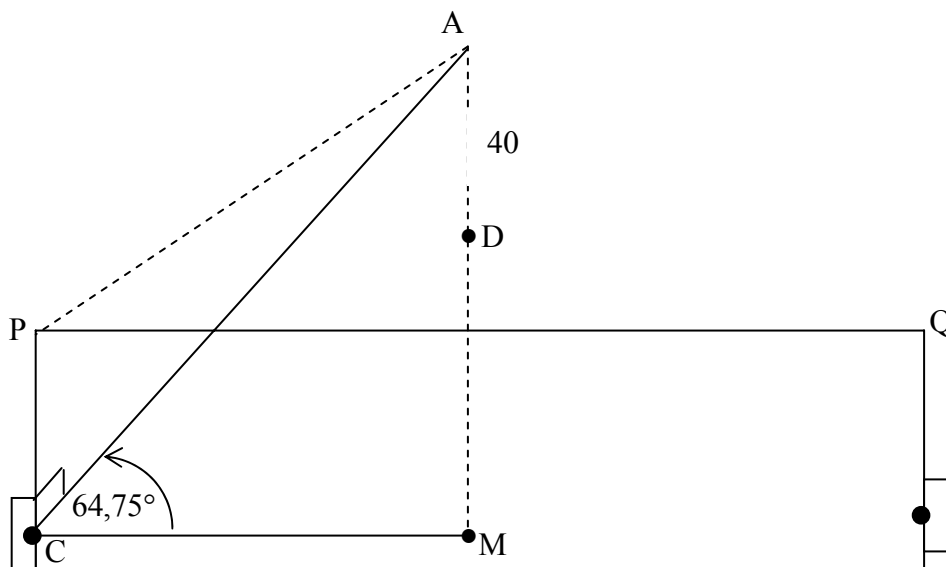
$$\frac{4 \sin A \cos A \cos 2A \sin 15^\circ}{\sin 2A(\tan 225^\circ - 2 \sin^2 A)} = \frac{\sqrt{6} - \sqrt{2}}{2} \quad (6)$$

- 10.3 Bepaal die algemene oplossing van:

$$6 \cos x - 5 = \frac{4}{\cos x} \quad ; \quad \cos x \neq 0 \quad (6)
[17]$$

VRAAG 11

Die hoogtehoek vanaf 'n punt C op die grond, by die middelpunt van die doelhok, na die hoogste punt A van die boog, direk bokant die middelpunt van die Moses Mabhida-sokkerstadion, is $64,75^\circ$. Die sokkerveld is 100 meter lank en 64 meter breed, soos voorgeskryf deur FIFA vir wêreldbeker-stadions. Ook is $AC \perp PC$. In die figuur hieronder is $PQ = 100$ meter en $PC = 32$ meter.



- 11.1 Bepaal AC. (3)
- 11.2 Bereken \hat{PAC} . (3)
- 11.3 'n Kamera word by punt D geplaas, 40 meter direk onder A. Bereken die afstand vanaf D na C. (4)
- [10]**

VRAAG 12

Gegee: $f(x) = 2\cos x$ en $g(x) = \tan 2x$

- 12.1 Teken die grafieke van f en g op dieselfde assestelsel, wat op DIAGRAMVEL 4 voorsien is, vir $x \in [-90^\circ; 90^\circ]$ (6)
- 12.2 Los op vir x as $2\cos x = \tan 2x$ en $x \in [-90^\circ; 90^\circ]$. Toon ALLE werksdetail. (8)
- 12.3 Gebruik die grafiek om vir x op te los: $2\cos x \cdot \tan 2x > 0$. (4)
- 12.4 Skryf die periode van $f\left(\frac{x}{2}\right)$ neer. (2)
- 12.5 Skryf die vergelykings van die asimptote van $g(x - 25^\circ)$ neer, waar $x \in [-90^\circ; 90^\circ]$. (2)

[22]**TOTAAL: 150**

SENTRUMNOMMER:

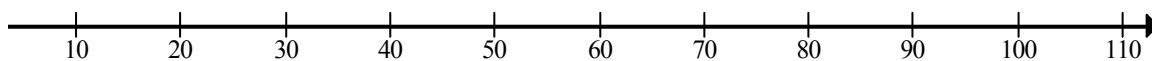
--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

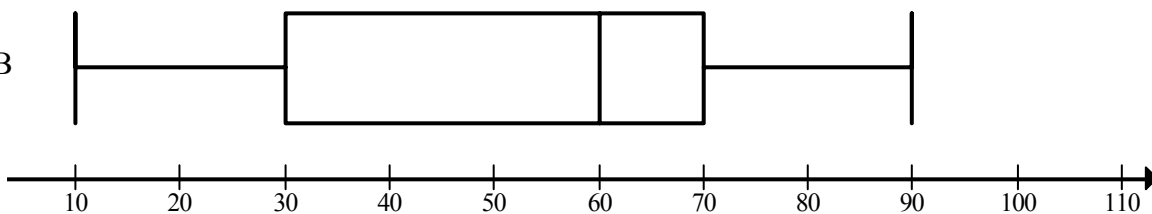
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 1**VRAAG 1.2**

Klas A



Klas B



SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

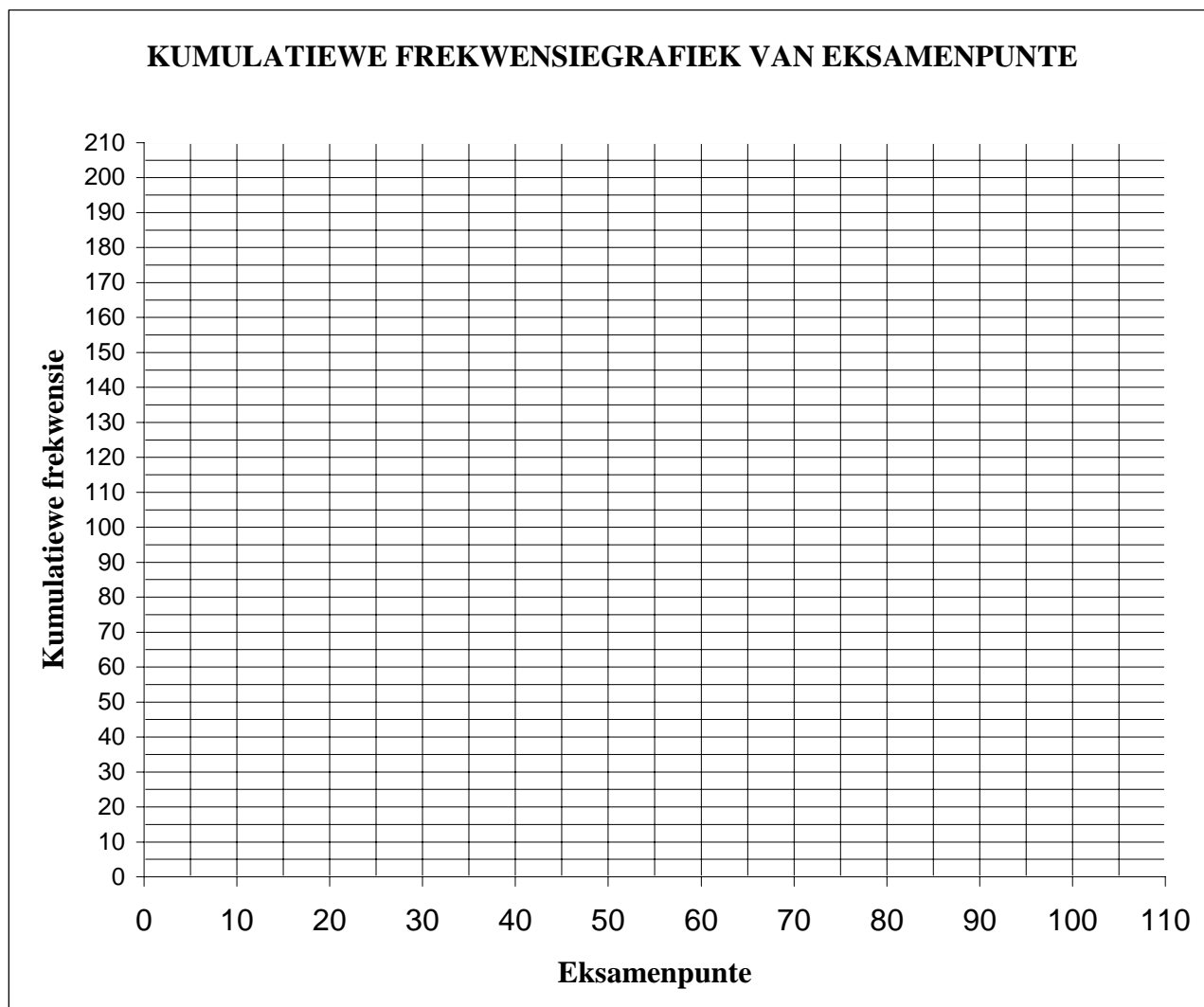
--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 2

VRAAG 2.1

EKSAMENPUNTE (x)	FREKWENSIE	KUMULATIEWE FREKWENSIE
$30 \leq x < 40$	12	
$40 \leq x < 50$	18	
$50 \leq x < 60$	55	
$60 \leq x < 70$	57	
$70 \leq x < 80$	43	
$80 \leq x < 90$	11	
$90 \leq x < 100$	4	

VRAAG 2.2

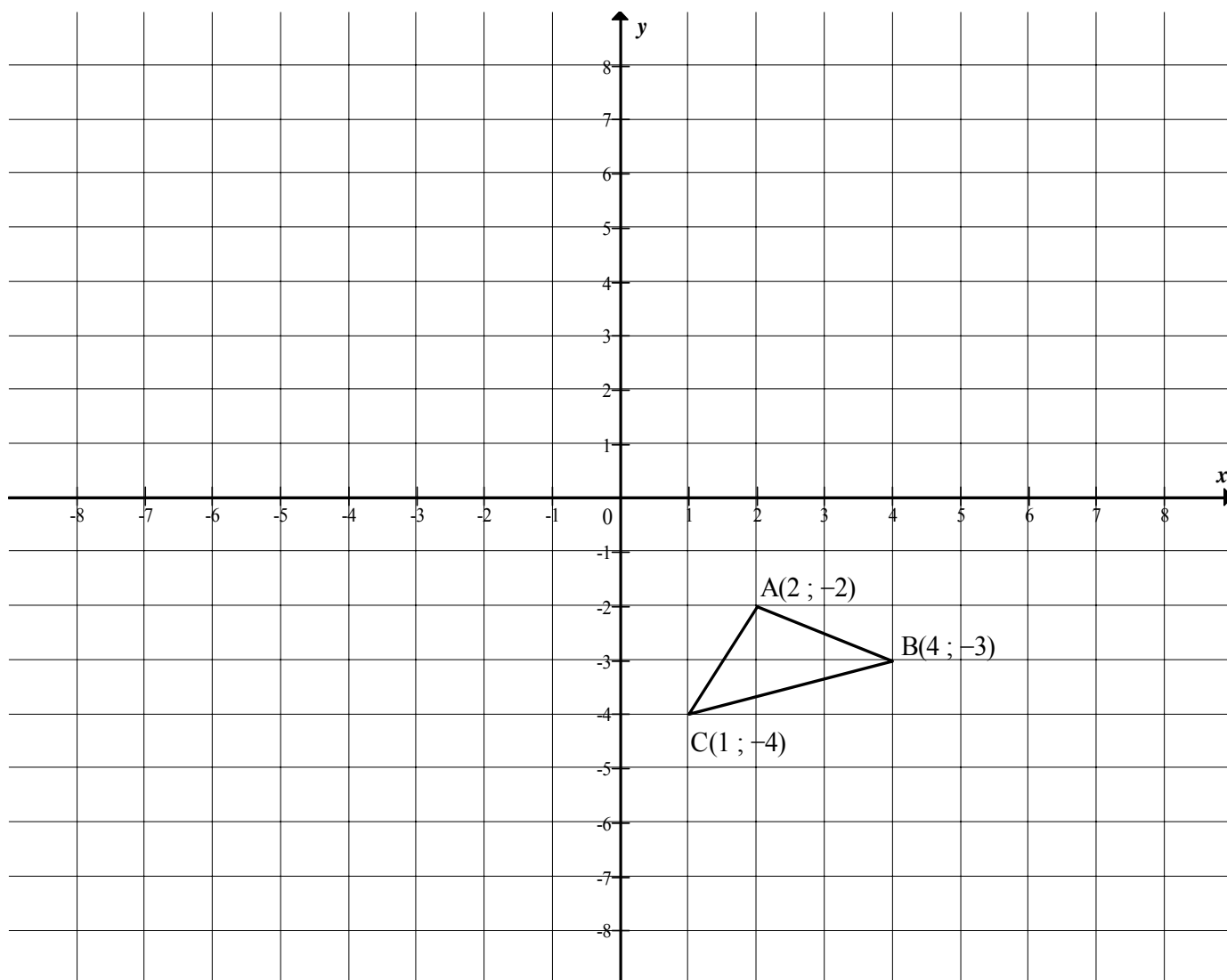


SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

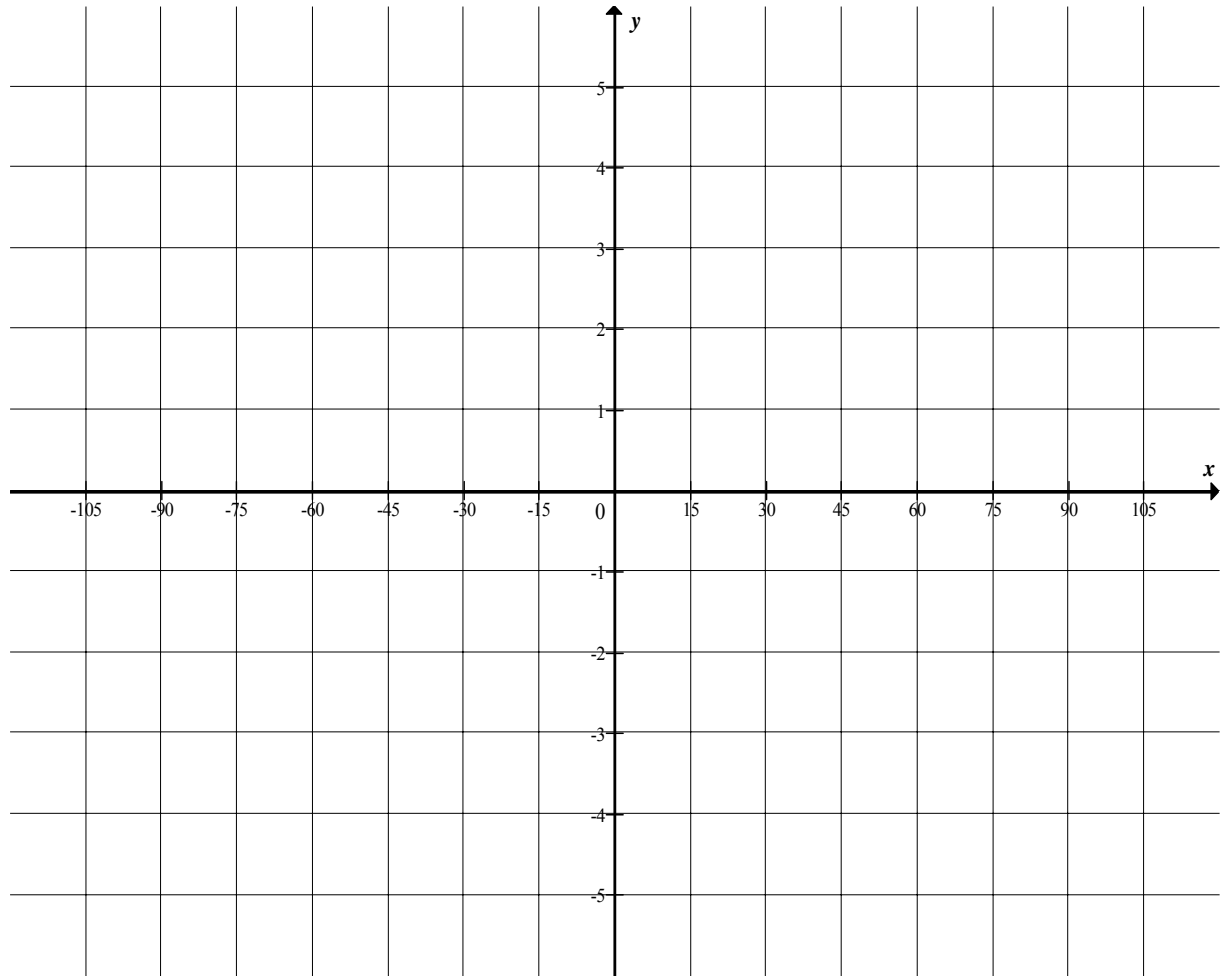
DIAGRAMVEL 3**VRAAG 7.1**

SENTRUMNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--

EKSAMENNOMMER:

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

DIAGRAMVEL 4**VRAAG 12.1**

INLIGTINGSBLAD: WISKUNDE
INFORMATION SHEET: MATHEMATICS.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$A = P(1 + ni)$$

$$A = P(1 - ni)$$

$$A = P(1 - i)^n$$

$$A = P(1 + i)^n$$

$$\sum_{i=1}^n 1 = n$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$T_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a + (n-1)d)$$

$$T_n = ar^{n-1}$$

$$S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1} ; \quad r \neq 1$$

$$S_\infty = \frac{a}{1 - r} ; \quad -1 < r < 1$$

$$F = \frac{x[(1+i)^n - 1]}{i}$$

$$P = \frac{x[1 - (1+i)^{-n}]}{i}$$

$$f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$$

$$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$M\left(\frac{x_1 + x_2}{2}, \frac{y_1 + y_2}{2}\right)$$

$$y = mx + c$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$m = \tan \theta$$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

$$\text{In } \triangle ABC: \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$\text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2} ab \cdot \sin C$$

$$\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta + \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta - \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta - \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta + \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\cos 2\alpha = \begin{cases} \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 1 - 2\sin^2 \alpha \\ 2\cos^2 \alpha - 1 \end{cases}$$

$$\sin 2\alpha = 2\sin \alpha \cdot \cos \alpha$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta + y \sin \theta ; y \cos \theta - x \sin \theta)$$

$$(x; y) \rightarrow (x \cos \theta - y \sin \theta ; y \cos \theta + x \sin \theta)$$

$$\bar{x} = \frac{\sum fx}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

$$P(A \text{ of } B) = P(A) + P(B) - P(A \text{ en } B)$$

$$\hat{y} = a + bx$$

$$b = \frac{\sum (x - \bar{x})(y - \bar{y})}{\sum (x - \bar{x})^2}$$