

GAUTENGSE DEPARTEMENT VAN ONDERWYS

SENIORSERTIFIKAAT -EKSAMEN

ADDISIONELE WISKUNDE HG

FEB / MAR 2006

TYD: 3 uur

PUNTE: 400

INSTRUKSIES:

- Hierdie vraestel bestaan uit VYF afdelings.
 - Afdeling A is VERPLIGTEND.
 - Beantwoord ook nog enige TWEE ander afdelings uit Afdelings B, C, D en E.
 - Elke afdeling moet in ? **aparte antwoordboek beantwoord word en die betrokke afdeling moet duidelik op die buiteblad aangetoon word.** Plaas alle antwoordboeke in die antwoordboek vir Afdeling A voordat jy al die antwoordboeke saam inlewer.
 - Nie-programmeerbare sakrekenaars mag gebruik word, tensy daar anders aangedui word.
 - Hierdie vraestel bestaan uit 17 bladsye. Statistiese tabelle en formuleblaaie kom voor op bladsye 15 tot 17.
 - Alle noodsaaklike berekeninge moet duidelik getoon word.
 - Alle hoeke is in radiale en antwoorde moet ook in radiale gegee word.
 - Skryfwerk moet leesbaar wees.
-
-

AFDELING A
VERPLIGTEND
CALCULUS

VRAAG 1

1.1 Skets op dieselfde asse stelsel die grafieke van f en g waar

$$f : x \rightarrow bg \sin x + \frac{\pi}{2} \quad \text{en} \quad g : x \rightarrow bg \cos x \quad (12)$$

1.2 Doen hierdie vraag sonder die gebruik van 'n sakrekenaar:

1.2.1 Bereken $bg \cos(\cos \frac{7\pi}{6})$ (6)

1.2.2 Bereken $\sin\left(bg \tan m + bg \tan \frac{1}{m}\right)$ (12)
[30]

VRAAG 2

2.1 $f(x) = \begin{cases} px + 2q - 4 & \text{as } x < 2 \\ qx^2 - px + p & \text{as } x \geq 2 \end{cases}; f \text{ is differensieerbaar vir alle } x.$

Bepaal die waardes van p en q . (12)

2.2 $g(x) = \begin{cases} x^2 - 4 & \text{as } x < 3 \\ 4 & \text{as } x = 3 \\ x + 2 & \text{as } x > 3 \end{cases}$

2.2.1 Bepaal of g kontinu is by $x = 3$, en motiveer volledig. Indien nie kontinu, sê watter soort diskontinuiteit dit is. (10)

2.2.2 Bepaal met motivering of g differensieerbaar is by $x = 3$. (4)
[26]

VRAAG 3

3.1 Bepaal die volgende limiete en toon aan as die limiet nie bestaan nie:

3.1.1 $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2+n-4n^3}{5+2n^3}$ (4)

3.1.2 $\lim_{x \rightarrow 9^-} \frac{x^2 - 81}{|x - 9|}$ (10)

3.2 3.2.1 Gebruik eerste beginsels en bepaal $f'(x)$ as $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2-3x}}$ (10)

3.2.2 Bepaal $g'(1)$ as $g(x) = \frac{x^2 + 1}{(x^5 - x^3 + x)}$ (12)

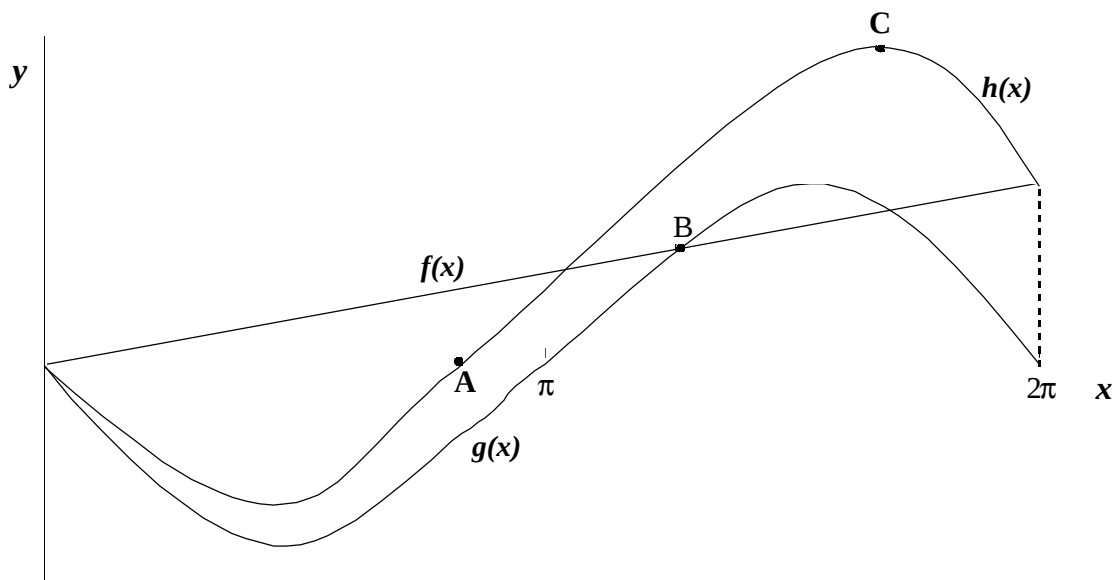
3.3 Bepaal 'n formule vir die n-de afgeleide van $f(x) = (1-5x)^{40}$, $n \leq 40$. (10)
[46]

VRAAG 4

Drie grafieke is geteken in die skets hieronder vir $0 \leq x \leq 2\pi$

$f(x) = \frac{1}{2}x$ en $g(x) = -3\sin x$ en $h(x) = f(x) + g(x)$

Drie punte A, B en C (op die skets aangetoon) moet bepaal word.



4.1 Skryf Newton se formule neer om die x -koördinaat van punt A te bepaal en stel 'n beginwaarde voor. Moet nie die antwoord bereken nie. (6)

b.o.

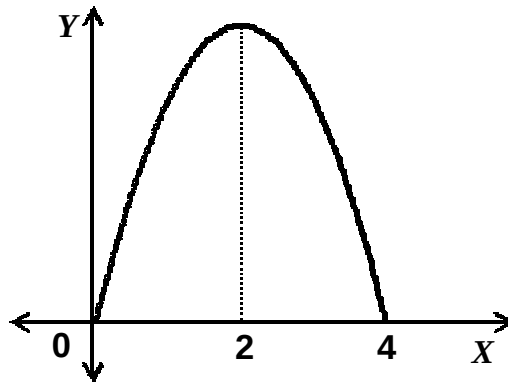
4.2 Skryf Newton se formule neer om die x -koördinaat van **B** te bepaal. (Moet nie die antwoord bereken nie!) (6)

4.3 Skryf Newton se formule neer om die x -koördinaat van **C**, die maksimum draaipunt van $h(x)$ te bepaal. (Moet nie die antwoord bereken nie!) (6)

[18]

VRAAG 5

Die skets toon die grafiek van die kromme $y = 4x - x^2$ bokant die X -as.



5.1 Gebruik die Riemansomformule waar $n \rightarrow \infty$, om die oppervlakte te bepaal tussen die grafiek van die kromme $y = 4x - x^2$ en die positiewe X -as vir $x < 4$. (20)

5.2 Laat hierdie kromme nou om die X -as roteer en bereken dan die volume van die omwentelingsliggaam wat so ontstaan. Laat jou antwoord in terme van π . (12)

[32]

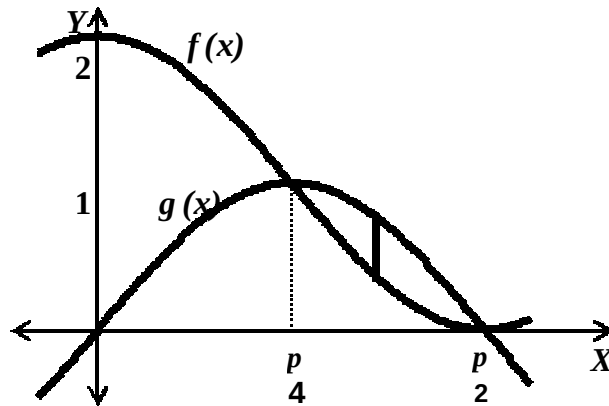
VRAAG 6

6.1 Bepaal die volgende integrale:

$$6.1.1 \quad \int \frac{\sin \theta}{\sqrt{1 - \cos \theta}} d\theta \quad (8)$$

$$6.1.2 \quad \int \left(\frac{1}{9t^2 + 6t + 2} \right) dt \quad (8)$$

6.2 Die krommes $f(x) = 2\cos^2 x$ en $g(x) = \sin 2x$ word hieronder gegee:



6.2.1 Bepaal die oppervlakte van die gebied tussen $f(x)$ en $g(x)$

van $x = \frac{\pi}{4}$ tot $x = \frac{\pi}{2}$.

(16)

6.2.2 AB is 'n vertikale lyn wat die maksimum afstand voorstel tussen $f(x)$ en

$g(x)$ in die interval $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$. Bepaal die waarde van x waar hierdie maksimum voorkom, en toon aan dat dit wel 'n maksimum is.

(16)

[48]

TOTAAL VIR AFDELING A: [200]

Beantwoord enige TWEE van die volgende VIER afdelings.

AFDELING B WISKUNDE VAN FINANSIES

VRAAG 7

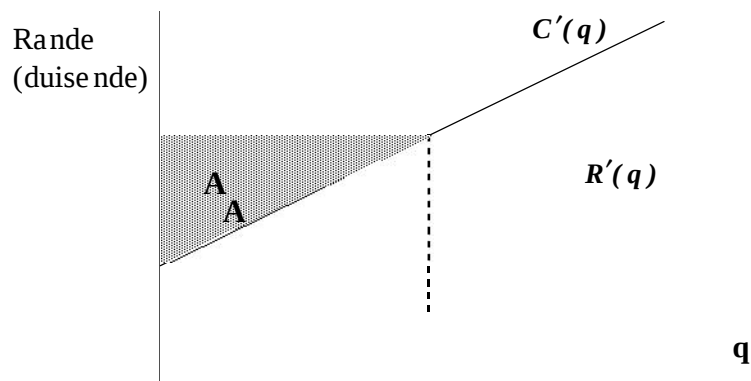
Die marginale koste en inkomste funksies (in duisende rande) van 'n maatskappy is

$$C'(q) = mq + 10$$

$$R'(q) = 30$$

waar q die aantal items verteenwoordig wat vervaardig is.

Hierdie funksies word as volg geïllustreer:



- 7.1 Wat stel die oppervlakte **A** voor? (2)
- 7.2 As 'n totale wins van 100 duisend rand gemaak word wanneer er 200 items vervaardig word, bereken **m**. Daar is geen vaste koste nie. (12)
- [14]**

VRAAG 8

- 8.1 'n Bedrag van R1 000 word belê vir 5 jaar teen 'n saamgestelde rentekoers van 13% per jaar. Wat sal die waarde van die belegging wees na 5 jaar? Gee jou antwoord noukeurig tot die naaste sent. (4)
- 8.2 Hoeveel (tot die naaste sent) moet belê word teen 'n enkelvoudige rentekoers van 13% per jaar om dieselfde bedrag op te lewer na 5 jaar? (6)
- [10]**

VRAAG 9

Mnr. Dankiepa wil nou R30 000 belê om voorsiening te maak vir 'n 21^{ste} verjaarsdag geskenk vir elkeen van sy 3 dogters as hulle 21 word. Hulle het onlangs 3, 5 en 8 jaar geword en elkeen moet dieselfde bedrag ontvang. Hoeveel sal elkeen van hulle ontvang as die rentekoers teen 12,5% maandeliks saamgestel is?

[12]

VRAAG 10

10.1 'n Skool wil hulle fotostaatmasjien oor vyf jaar vervang met 'n nuwe. Die masjien se waarde is nou R8 000 en hulle beraam dat 'n nuwe masjien oor vyf jaar R13 480 sal kos. Bereken die jaarlikse saamgestelde inflasiekoers wat die skool gebruik het in hul berekeninge. Gee die antwoord korrek tot 'n heelgetal.

(4)

10.2 Hulle besef dat hulle hul ou masjien kan inruil op 'n nuwe. Hulle beraam dat die waardevermindering op die huidige masjien 11% per jaar, bereken op boe kwaarde, is. Toon aan dat hulle oor vyf jaar R9 012,75 beskikbaar sal moet hê.

(6)

10.3 Hulle spaar maandeliks by 'n bank, wat hulle 'n rentekoers van 9% p.j., maandeliks saamgesteld bied. Hulle gaan oor een maand begin spaar, en wil twee maande voor die aankoop van die masjien hul laaste paaiement betaal. Bereken hoeveel hulle maandeliks moet spaar.

(10)

[20]

VRAAG 11

Ek gaan 'n verbandlening by 'n bank aan om die aankoop van 'n huis van R725 000 te finansier. Die rentekoers op die lening is 12% per jaar maandeliks saamgestel.

11.1 As ek dit kan bekostig om R6 000 per maand terug te betaal, sal ek ooit in staat wees om die lening af te los? Verklaar jou antwoord.

(6)

11.2 Ek stel 'n kreatiewe begroting op en kry dit reg om R8 000 per maand bymekaar te skraap. Hoe lank sal dit my neem om die lening af te los? Betalings word aan die einde van elke maand gemaak en die eerste betaling is na een maand.

(10)

11.3 Na 10 jaar vind ek dat ek die R8 000 per maand terugbetalings nie meer kan bekostig nie. Hoeveel skuld ek nog direk na die betaling van die 120^{ste} paaiement?

(10)

- 11.4 Gelukkig hoor 'n ryk tante van my probleem soos beskryf in Vraag 11.3 en bied aan om my R5 000 aan die begin van elke jaar vir 5 jaar te gee om te help om die balans van R552 471,00 op die huis af te betaal. Hierdie jaarlikse betalings, tesame met my kleiner maandelikse bedrag van x -rand, betaalbaar aan die einde van elke maand, betaal die lening af oor 'n verdere 10 jaar.

Bepaal x noukeurig tot die naaste sent.

(18)

[44]

TOTAAL VIR AFDELING B: [100]

AFDELING C ANALITIESE MATEMATIEK

VRAAG 12

Laat $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ die standaardvergelyking van 'n ellips met eksentrisiteit

$e = \frac{\sqrt{5}}{3}$ en brandpunt $(\sqrt{5}; 0)$ wees.

- 12.1 Toon aan dat $a = 3$ en $b = 2$.

(12)

- 12.2 Vind die vergelyking van die normaal op die ellips by die punt $P\left(\sqrt{3}; \sqrt{\frac{8}{3}}\right)$.

(14)

- 12.3 Bepaal die hoek tussen die normaal by P en die middellyn van die ellips wat deur P gaan. Gee die antwoord in grade.

(14)

[40]

VRAAG 13

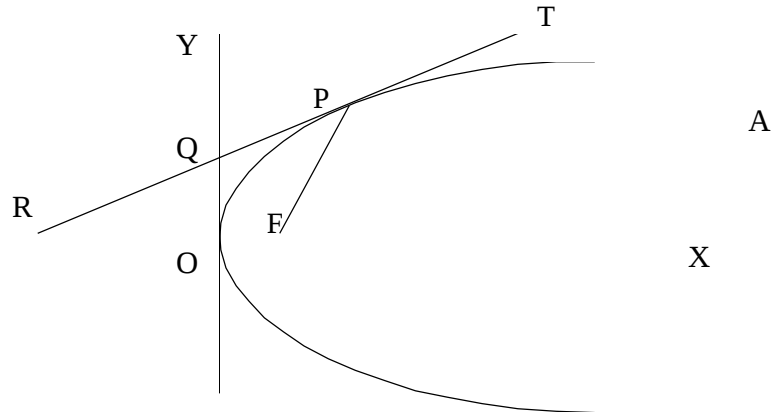
- 13.1 Toon aan dat $x = at^2$ en $y = 2at$; $t \in \mathbb{R}$ parametrisiese vergelykings is vir $y^2 = 4ax$.

(6)

- 13.2 Bewys dat die vergelyking van 'n raaklyn aan $y^2 = 4ax$ by $(at^2; 2at)$ gegee word deur $x - ty + at^2 = 0$.

(10)

- 13.3 In die figuur is P enige punt op die parabool $y^2 = 4ax$. RPT is 'n raaklyn. PA is ewewydig aan die X-as. F is die fokus (brandpunt) van die parabool. Die raaklyn TP deur punt P sny die X-as in R.



Bewys dat $\hat{APT} = \hat{FPR}$.

(18)

[34]

VRAAG 14

- 14.1 Gegee die punte $A(0 ; -1 ; -1)$; $B(2 ; -2 ; 2)$; $C(-3 ; 8 ; 7)$ en $D(-1 ; 2 ; 0)$:

14.1.1 Bepaal die vergelyking van die vlak deur die punte A, B en C.

(12)

14.1.2 Toon aan dat die punte A, B, C en D saamvlakdig is.

(2)

14.1.3 Bewys dat ABCD ? parallelogram is.

(6)

- 14.2 As P die punt $(1 ; 2 ; 3)$ is, gee die vergelyking van die lyn AP.

(2)

- 14.3 Bereken die afstand vanaf P na die vlak ABC.

(4)

[26]

TOTAAL VIR AFDELING C: [100]

AFDELING D
ALGEBRA

VRAAG 15

15.1 Stel die toegevoegde wortelstelling. (Irrasionale wortelstelling) (6)

15.2 As $-1+2\sqrt{3}$ 'n nulpunt van $f(x)$ is, faktoriseer
 $f(x) = x^5 + 5x^4 - 2x^3 - 25x^2 - 29x - 22$ volledig oor $\mathbb{Q}[x]$. (20)

15.3 Skryf 'n polinoom met heelgetal koëffisiënte neer wat aan die volgende vereistes voldoen: Dit moet van graad 3 wees, 4 terme hê en onontbindbaar in $\mathbb{Q}[x]$ wees volgens Eisenstein (dit is nie nodig om dit aan te toon nie). (4)
[30]

VRAAG 16

16.1 Gebruik wiskundige induksie en bewys dat $8^n - 7n + 6$ deelbaar is deur 7, vir alle natuurlike getalle $n \in \mathbb{N}$. (16)

16.2 As die nulpunte van die polinoom $4x^3 + 3x^2 + 2x + 1$, α , β en γ is, bepaal die koëffisiënte van die derdegraadse polinoom waarvan die nulpunte $\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta} + \frac{1}{\gamma}$; $\frac{1}{\alpha\beta} + \frac{1}{\beta\gamma} + \frac{1}{\alpha\gamma}$ en $\frac{1}{\alpha\beta\gamma}$ is. (18)
[34]

VRAAG 17

$$f(x) = x + 5 + \frac{7}{x} + \frac{3}{x^2}$$

17.1 Skryf die asimptote van die grafiek van $y = f(x)$ neer. (4)

17.2 Bepaal die x -waarde van die snypunt van die grafiek met die skuins asimptoot. (4)

17.3 Die grafiek van $f(x)$ het x -afsnitte by $x = -1$ en $x = -3$. Dit het minimum draaipunte by $(-1; 0)$ en $(3; 10,7)$ en 'n maksimum draaipunt by $(-2; \frac{1}{4})$. Skets die grafiek van $f(x)$, en toon alle asimptote en afsnitte met die asse aan. Dit is nie nodig om die y -waardes van die stasionêre punte aan te toon nie. (12)
[20]

VRAAG 18

Ontb ind $\frac{3x^2 + 8x - 3}{(x + 1)^2(x - 1)}$ in parsieële breuke.

[16]

TOTAAL VIR AFDELING D: [100]

AFDELING E STATISTIEK

Gee antwoorde korrek tot 4 desim ale syfers indien n odig.

VRAAG 19

19.1 Met lotto-kaartjies word ses nommer s tussen 1 en 49 gekies. Volgorde maak nie saak nie. 'n Kaartjie kos R5. Hoeveel geld sal jy moet spand eer om 50 % seker te wees dat jy hierdie week die boerpot gaan wen? (8)

19.2 Joe se motor ga an staan son der brandstof tussen die vulstasie en sy huis. Op pad terug na sy motor, nader 'n onbekende persoon hom en vra geld. In sy sak het Joe drie R10-note, vier R20-note, twee R50-note en een R100-noot. Hy haal willekeurig 'n noot uit sy sak.

19.2.1 Hy wil die kleinste moontlike bedrag verloor. Wat is die waarskynlikheid dat hy 'n R10-noot uit sy sak sal haal? (2)

19.2.2 Die noot wat hy uithaal, is toe 'n R20-noot en hy gee dit vir die bedelaar, maar die persoon is nog nie tevrede nie en vra vir R50. Wat is die waarskynlikheid dat Joe nou 'n R50-noot uit sy sak sal haal? (2)

19.2.3 Wat is die waarskynlikheid dat die totale bedrag R80 sou wees as Joe in die begin drie note gelyktydig uit sy sak gehaal het? (8)

19.3 $P(A) = 0,6$; $P(B) = x$ en $P(A \cup B) = 0,88$. Bepaal x as A en B onafhanklike gebeurtenisse is. (4)

[24]

VRAAG 20

Amanda moet 'n "waar of vals" toets aflê oor antieke Griekse letterkunde, maar sy weet niks van die onderwerp af nie. Sy besluit om 'n muntstuk op te skiet voor sy elke vraag beantwoord. Kop of ster sal dan bepaal of sy waar of vals moet antwoord by elkeen van die 30 vrae.

- 20.1 Wat is die waarskynlikheid (tot 4 beduidende syfers) dat sy 20 vrae korrek sal beantwoord? (8)
- 20.2 Bepaal die waarskynlikheid dat sy al die vrae korrek sal beantwoord. Laat jou antwoord in eksponentvorm. (4)
- 20.3 Wat is die waarskynlikheid dat sy minstens een vraag korrek sal beantwoord? Moenie jou antwoord afrond nie. (6)
- [18]**

VRAAG 21

Uit 'n klasgroep van 100 studente is die volgende inligting verkry oor 'n tydperk van een jaar nadat hulle studies voltooi is:

- (i) 40 is dames en 60 is mans
 - (ii) 30 van hierdie studente het in Londen gaan werk na hulle studies voltooi is
 - (iii) 50 studente is binne hierdie jaar getroud, waarvan 35 mans is
 - (iv) 20 studente is in Londen getroud
 - (v) 10 dames studente het in Londen gaan werk
 - (vi) x is die aantal dames wat in Londen getroud is
 - (vii) 20 is mans wat nie getroud is of in Londen gaan werk het nie
- 21.1 Stel hierdie inligting voor op 'n Venn-diagram. Gebruik die volgende versamelings in die diagram:
D: dit is 'n dame
L: dit is die studente wat in Londen gaan werk het
G: dit is die studente wat binne die bepaalde jaar getroud is (16)
- 21.2 Bepaal hoeveel dames in Londen getroud is. (4)
- [20]**

VRAAG 22

Die Oos-Gauteng sentrum vir Gevorderde Wiskunde wil slegs leerders inskryf met 'n IK in die boonste 5% van die bevolking.

Dit is bekend dat IK normaal verdeel is, met 'n gemiddelde van 100 en 'n standaardafwyking van 15.

- 22.1 Watter IK moet gebruik word as die minimumvereiste vir toelating? (10)
- 22.2 Indien die IK's van 1 500 leerders in 'n groot skool ook normaal verdeel is, hoeveel leerders kan toegelaat word tot die sentrum? (4)
- 22.3 Leerders met 'n IK van onder 85 mag probleme ondervind met Wiskunde. Bepaal watter persentasie leerders in hierdie kategorie val. (8)
- [22]**

VRAAG 23

'n Vervaardiger van mediese produkte beweer dat ten minste 99% van die kondome wat hulle maak doeltreffend is. Hierdie bewering word deur 'n groep vroue bevraagteken.

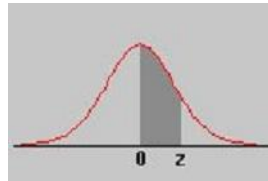
'n Steekproef van 500 kondome word ewekansig gekies en getoets. Daar word gevind dat 10 hiervan swakplekke het, en dus nie 100% veilig vir gebruik kan wees nie.

- 23.1 Vind 'n puntberamer vir die verhouding van doeltreffende kondome. (4)
- 23.2 Bepaal 'n 95% vertrouensinterval vir die verhouding kondome wat ten minste 99% doeltreffend is (tot 3 desimale noukeurig). (12)
- [16]**

TOTAAL VIR AFDELING E: [100]

TOTAAL: 400

Normal Distribution/ Normaaverspreiding



$$P(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

z	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09
0.0		0.0040	0.0080	0.0120	0.0160	0.0199	0.0239	0.0279	0.0319	0.0359
0.1	0.0398	0.0438	0.0478	0.0517	0.0557	0.0596	0.0636	0.0675	0.0714	0.0753
0.2	0.0793	0.0832	0.0871	0.0910	0.0948	0.0987	0.1026	0.1064	0.1103	0.1141
0.3	0.1179	0.1217	0.1255	0.1293	0.1331	0.1368	0.1406	0.1443	0.1480	0.1517
0.4	0.1554	0.1591	0.1628	0.1664	0.1700	0.1736	0.1772	0.1808	0.1844	0.1879
0.5	0.1915	0.1950	0.1985	0.2019	0.2054	0.2088	0.2123	0.2157	0.2190	0.2224
0.6	0.2257	0.2291	0.2324	0.2357	0.2389	0.2422	0.2454	0.2486	0.2517	0.2549
0.7	0.2580	0.2611	0.2642	0.2673	0.2704	0.2734	0.2764	0.2794	0.2823	0.2852
0.8	0.2881	0.2910	0.2939	0.2967	0.2995	0.3023	0.3051	0.3078	0.3106	0.3133
0.9	0.3159	0.3186	0.3212	0.3238	0.3264	0.3289	0.3315	0.3340	0.3365	0.3389
1.0	0.3413	0.3438	0.3461	0.3485	0.3508	0.3531	0.3554	0.3577	0.3599	0.3621
1.1	0.3643	0.3665	0.3686	0.3708	0.3729	0.3749	0.3770	0.3790	0.3810	0.3830
1.2	0.3849	0.3869	0.3888	0.3907	0.3925	0.3944	0.3962	0.3980	0.3997	0.4015
1.3	0.4032	0.4049	0.4066	0.4082	0.4099	0.4115	0.4131	0.4147	0.4162	0.4177
1.4	0.4192	0.4207	0.4222	0.4236	0.4251	0.4265	0.4279	0.4292	0.4306	0.4319
1.5	0.4332	0.4345	0.4357	0.4370	0.4382	0.4394	0.4406	0.4418	0.4429	0.4441
1.6	0.4452	0.4463	0.4474	0.4484	0.4495	0.4505	0.4515	0.4525	0.4535	0.4545
1.7	0.4554	0.4564	0.4573	0.4582	0.4591	0.4599	0.4608	0.4616	0.4625	0.4633
1.8	0.4641	0.4649	0.4656	0.4664	0.4671	0.4678	0.4686	0.4693	0.4699	0.4706
1.9	0.4713	0.4719	0.4726	0.4732	0.4738	0.4744	0.4750	0.4756	0.4761	0.4767
2.0	0.4772	0.4778	0.4783	0.4788	0.4793	0.4798	0.4803	0.4808	0.4812	0.4817
2.1	0.4821	0.4826	0.4830	0.4834	0.4838	0.4842	0.4846	0.4850	0.4854	0.4857
2.2	0.4861	0.4864	0.4868	0.4871	0.4875	0.4878	0.4881	0.4884	0.4887	0.4890
2.3	0.4893	0.4896	0.4898	0.4901	0.4904	0.4906	0.4909	0.4911	0.4913	0.4916
2.4	0.4918	0.4920	0.4922	0.4925	0.4927	0.4929	0.4931	0.4932	0.4934	0.4936
2.5	0.4938	0.4940	0.4941	0.4943	0.4945	0.4946	0.4948	0.4949	0.4951	0.4952
2.6	0.4953	0.4955	0.4956	0.4957	0.4959	0.4960	0.4961	0.4962	0.4963	0.4964
2.7	0.4965	0.4966	0.4967	0.4968	0.4969	0.4970	0.4971	0.4972	0.4973	0.4974
2.8	0.4974	0.4975	0.4976	0.4977	0.4977	0.4978	0.4979	0.4979	0.4980	0.4981
2.9	0.4981	0.4982	0.4982	0.4983	0.4984	0.4984	0.4985	0.4985	0.4986	0.4986
3.0	0.4987	0.4987	0.4987	0.4988	0.4988	0.4989	0.4989	0.4989	0.4990	0.4990

FORMULA SHEET/ FORMULEBLAD

Differential and Integral Calculus

Differensiaal- en Integraalrekenen

$$s = r\theta$$

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1 - \cos 2x) \quad \cos^2 x = \frac{1}{2}(1 + \cos 2x)$$

$$\sin A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\sin(A+B) + \sin(A-B))$$

$$\sin A \cdot \sin B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) - \cos(A+B))$$

$$\cos A \cdot \cos B = \frac{1}{2}(\cos(A-B) + \cos(A+B))$$

$$\sum_{i=1}^n i = \frac{n(n+1)}{2}$$

$$\sum_{i=1}^n i^2 = \frac{n(2n+1)(n+1)}{6}$$

$$a_{n+1} = a_n - \frac{f(a_n)}{f'(a_n)}$$

$$V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$$

$$\text{Riemann Sum} = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{i=1}^n f(x_i) \Delta x_i$$

$F(x)$	$F'(x)$
$a \cdot x^n$	$na \cdot x^{n-1}$
$\sin x$	$\cos x$
$\cos x$	$-\sin x$
$\tan x$	$\sec^2 x$
$\sec x$	$\sec x \cdot \tan x$
$\cot x$	$-\operatorname{cosec}^2 x$
$\operatorname{cosec} x$	$-\operatorname{cosec} x \cdot \cot x$
$\arcsin x$ $\operatorname{bgsin} x$	$\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arccos x$ $\operatorname{bgcos} x$	$-\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
$\arctan x$ $\operatorname{bgtan} x$	$\frac{1}{x^2 + 1}$
$f(x) \cdot g(x)$	$f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$
$\frac{f(x)}{g(x)}$	$\frac{f'(x) \cdot g(x) - f(x) \cdot g'(x)}{[g(x)]^2}$
$f(g(x))$	$f'(g(x)) \cdot g'(x)$

Finance/ Finansies

$$F = P(1+i)^n \quad F = P(1-i)^n$$

$$F = P(1+in) \quad F = P(1-in)$$

$$P = x \cdot \frac{1 - (1+i)^{-n}}{i} \quad F = x \cdot \frac{(1+i)^n - 1}{i}$$

Analytical Geometry/ Analitiese Meetkunde

$$y = 4ax^2$$

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$yy_1 = 2a(x+x_1)$$

$$\frac{xx_1}{a^2} + \frac{yy_1}{b^2} = 1$$

$$\frac{xx_1}{a^2} - \frac{yy_1}{b^2} = 1$$

Algebra

$$\alpha + \beta = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha \cdot \beta = \frac{c}{a}$$

$$\alpha + \beta + \gamma = -\frac{b}{a}$$

$$\alpha \beta + \beta \gamma + \alpha \gamma = \frac{c}{a}$$

$$\alpha \cdot \beta \cdot \gamma = -\frac{d}{a}$$

Statistics / Statistiek

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$${}_n P_r = \frac{n!}{(n-r)!} \quad {}_n C_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

$$P(X = x) = \binom{p}{x} \binom{N-p}{n-x} \binom{N}{n}$$

$$z = \frac{X - \mu}{\sigma}$$

$$P\left(X - 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} < \mu < X + 1.96 \frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right) = 0.95$$

$$P\left(p - 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}} < \pi < p + 1.96 \sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}\right) = 0.95$$

Wiskunde Formuleblad / Mathematics Formula Sheet

$$1. \quad x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$2. \quad T_n = a + (n - 1)d$$

$$3. \quad S_n = \frac{n}{2}(a + l)$$

$$4. \quad S_n = \frac{n}{2}[2a + (n - 1)d]$$

$$5. \quad T_n = ar^{n-1}$$

$$6. \quad S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$7. \quad S_n = \frac{a(r^n - 1)}{r - 1}$$

$$8. \quad S_\infty = \frac{a}{1 - r}$$

$$9. \quad A = P\left(1 + \frac{r}{100}\right)^n$$

$$10. \quad A = P\left(1 - \frac{r}{100}\right)^n$$

$$11. \quad f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x + h) - f(x)}{h}$$

$$12. \quad d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$13. \quad y = mx + c$$

$$14. \quad y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$15. \quad m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

$$16. \quad m = \tan \theta$$

$$17. \quad \left(\frac{x_1 + x_2}{2}; \frac{y_1 + y_2}{2} \right)$$

$$18. \quad y^2 + x^2 = r^2$$

$$19. \quad (x - p)^2 + (y - q)^2 = r^2$$

$$20. \quad \frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B}$$

$$21. \quad a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cdot \cos A$$

$$22. \quad \text{area } \triangle ABC = \frac{1}{2}ab \cdot \sin C$$

$$23. \quad \cos(A + B) = \cos A \cdot \cos B - \sin A \cdot \sin B$$

$$24. \quad \sin(A + B) = \sin A \cdot \cos B + \cos A \cdot \sin B$$

$$25. \quad \tan(A + B) = \frac{\tan A + \tan B}{1 - \tan A \tan B}$$

$$26. \quad \cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$$

$$27. \quad \sin 2A = 2 \sin A \cos A$$

