



Coimisiún na Scrúduithe Stáit

Scrúdú na hArdteistiméireachta, 2012

Matamaitic (Tionscadal Mata – Céim 3)

Páipéar 1

Ardleibhéal

Dé hAoine 8 Meitheamh Tráthnóna 2:00 – 4:30

300 marc

Scrúduimhir

Stampa an Ionaid

Iomlán reatha	
---------------	--

Don scrúdaitheoir	
Ceist	Marc
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
Iomlán	
Bónas	
Móriomlán	

Grád

Treoracha

Tá **dhá** roinn sa scrúdpháipéar seo.

Roinn A	Coincheapa agus Scileanna	150 marc	6 cheist
Roinn B	Comhthéacsanna agus Feidhmeanna	150 marc	3 cheist

Freagair na naoi gceist go léir.

Scríobh do chuid freagraí sna spásanna atá ann dóibh sa leabhrán seo. Caillfidh tú marcanna mura ndéanfaidh tú é sin. Tá spás d’obair bhreise ag cún an leabhráin. Is féidir páipéar breise a iarraidh ar an bhfeitheoir freisin. Lipéadaigh aon obair bhreise go soiléir le huimhir na ceiste agus an chuid den cheist.

Tabharfaidh an feitheoir cóip den leabhrán *Foirmí agus Táblai* duit. Caithfidh tú é a thabhairt ar ais ag deireadh an scrúdaithe. Níl cead agat do chóip fén a thabhairt isteach sa scrúdú.

Caillfear marcanna mura dtaispeántar go soiléir an obair riachtanach go léir.

Sna freagraí ba chóir go gcuircí isteach na haonaid tomhais chuí, áit a bhfuil siad ábhartha.

Ba chóir freagraí a thabhairt san fhoirm is simplí, áit a bhfuil sé sin ábhartha.

Scríobh déanamh agus múnla d’aireamhá(i)n anseo:

Freagair **na sé cheist go léir** as an roinn seo.

Ceist 1**(25 marc)**

- (a) Réitigh na cothromóidí comhuaineacha:

$$a^2 - ab + b^2 = 3$$

$$a + 2b + 1 = 0$$

- (b) Faigh tacar na réadluachanna go léir ar x a fhágann go bhfuil $\frac{2x-5}{x-3} \leq \frac{5}{2}$.

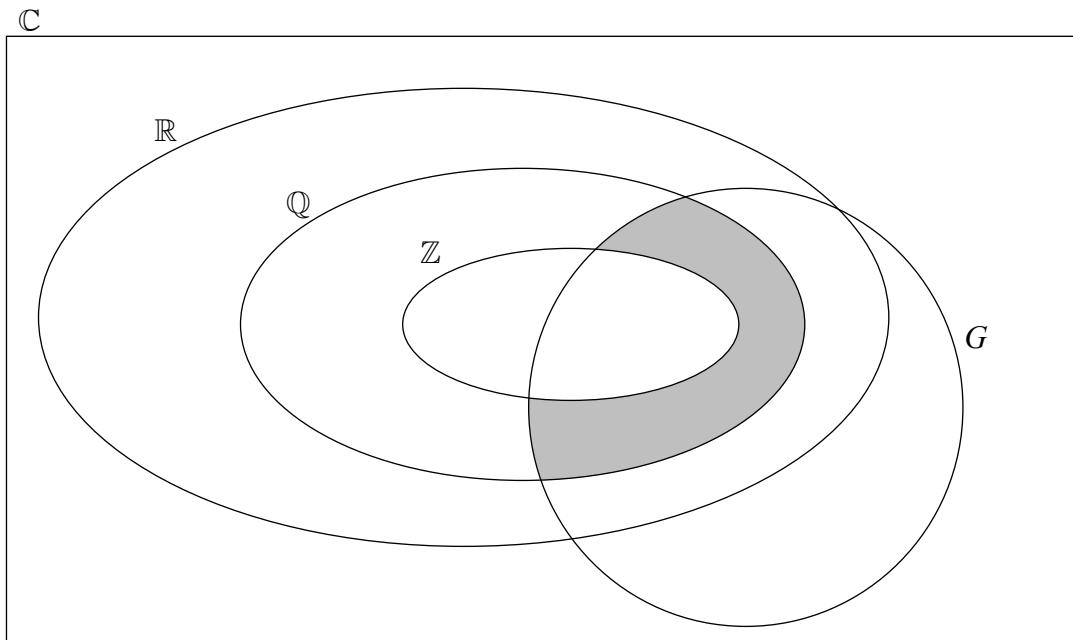
lch	iom. reatha
-----	-------------

Ceist 2

(25 marc)

Bíodh G mar an tacar $\{x + yi \mid x, y \in \mathbb{Z}, i^2 = -1\}$.

Féach ar an léaráid Venn thíos.



- (a) Tá trí réigiún sa léaráid a sheasann do thacair fholmha.
Tá ceann amháin díobh seo scáthaithe. Scátháigh an dá cheann eile.

(b) Cuir gach ceann de na huimhreacha seo a leanas ina réigiún ceart ar an léaráid.

$$\sqrt{2}$$

7

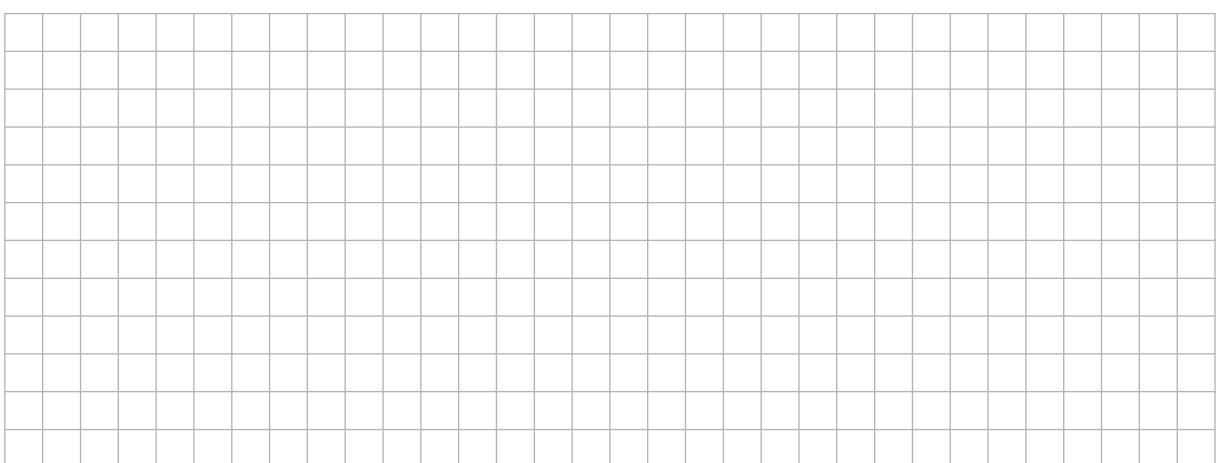
$$\sqrt{3}-i$$

4+3i

1
2

$$\frac{1}{2} + 2i$$

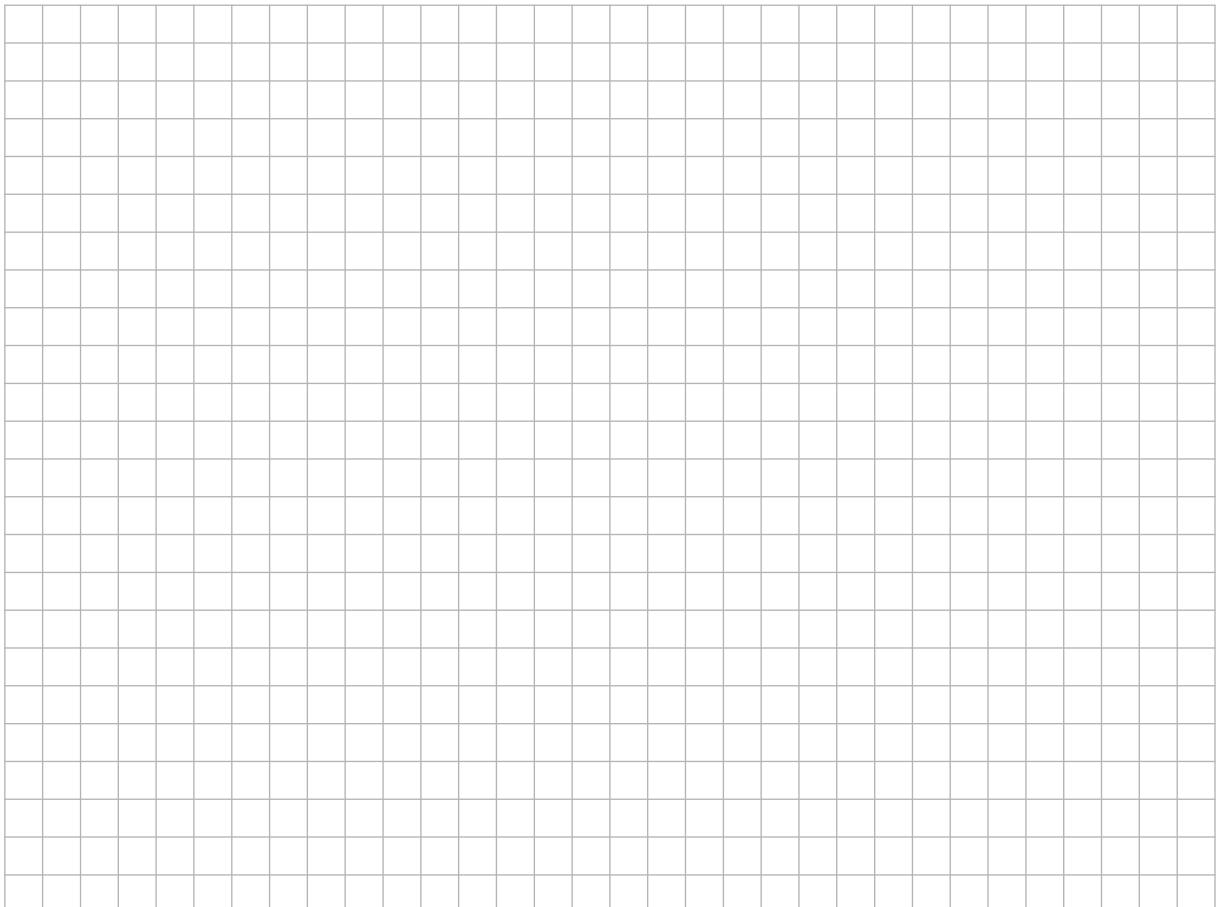
- (c) Féach ar an toradh ab , áit a bhfuil $a \in G$ agus $b \in \mathbb{Q}$. Tá réigiún sa léaráid, réigiún nach bhfuil folamh, nach féidir le ab a bheith ann. Scríobh an focal ‘anseo’ sa réigiún seo.



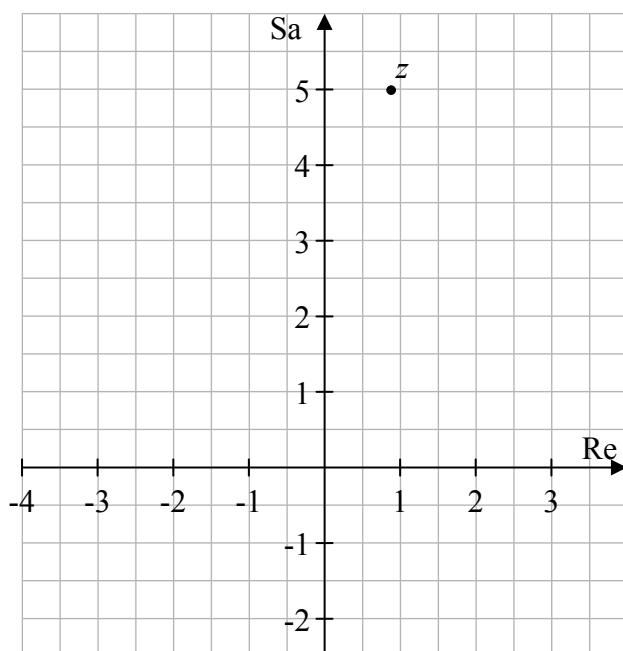
Ceist 3**(25 marc)**

Tá modal $5\frac{1}{16}$ agus argóint $\frac{4\pi}{9}$ ag an uimhir choimpléascach z .

- (a) Faigh, san fhoirm pholach, na ceithre cheathrú fréamh choimpléascacha atá ag z .
(Is é sin, faigh na ceithre luach ar w a fhágann go bhfuil $w^4 = z$.)



- (b) Tá z marcálte ar an léaráid Argand thíos.
Ar an léaráid chéanna, taispeáin na ceithre fhreagra ar chuid (a).



lch	iom. reatha
-----	-------------

Ceist 4**(25 marc)**

- (a)** Cruthaigh, trí ionduchtú, an fhoirmle do shuim na chéad n téarma i straith iolraíoch. Is é sin, cruthaigh, i gcás $r \neq 1$:

$$a + ar + ar^2 + \cdots + ar^{n-1} = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}.$$

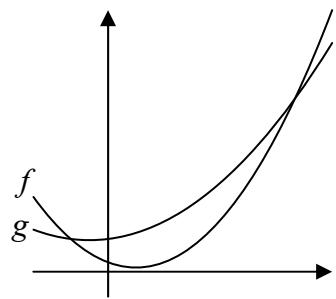
- (b)** Agus an chuid athfhillteach á scríobh agat mar shraith iolraíoch éigríochta, sloinn an uimhir seo a leanas mar chodán de shlánuimhreacha:

$$5.\dot{2}\dot{1} = 5.2121212121\dots$$

Ceist 5**(25 marc)**Sainítear na feidhmeanna f agus g ar $x \in \mathbb{R}$ mar

$$\begin{aligned}f : x &\mapsto 2x^2 - 3x + 2 \quad \text{agus} \\g : x &\mapsto x^2 + x + 7\end{aligned}$$

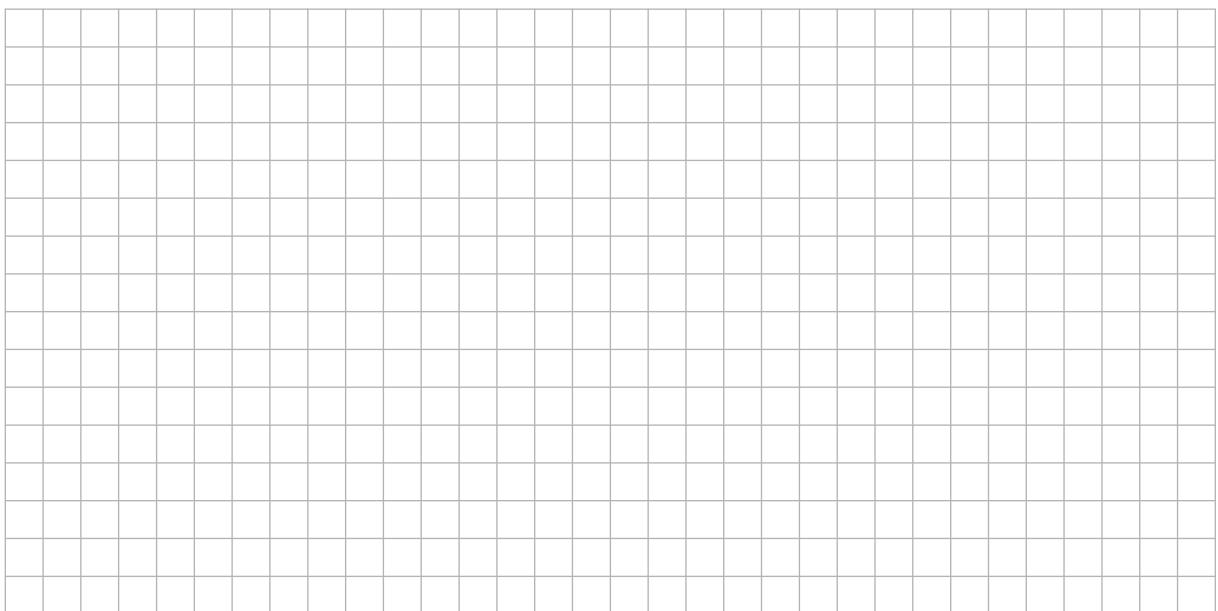
- (a) Faigh comhordanáidí an dá phointe ina dtrasnaíonn na cuairt $y = f(x)$ agus $y = g(x)$ a chéile.



- (b) Faigh achar an réigiúin atá iniata idir an dá chuar.

Tá spás chun leanúint le do chuid oibre ar an gcéad leathanach eile.

lch	iom. reatha
-----	-------------

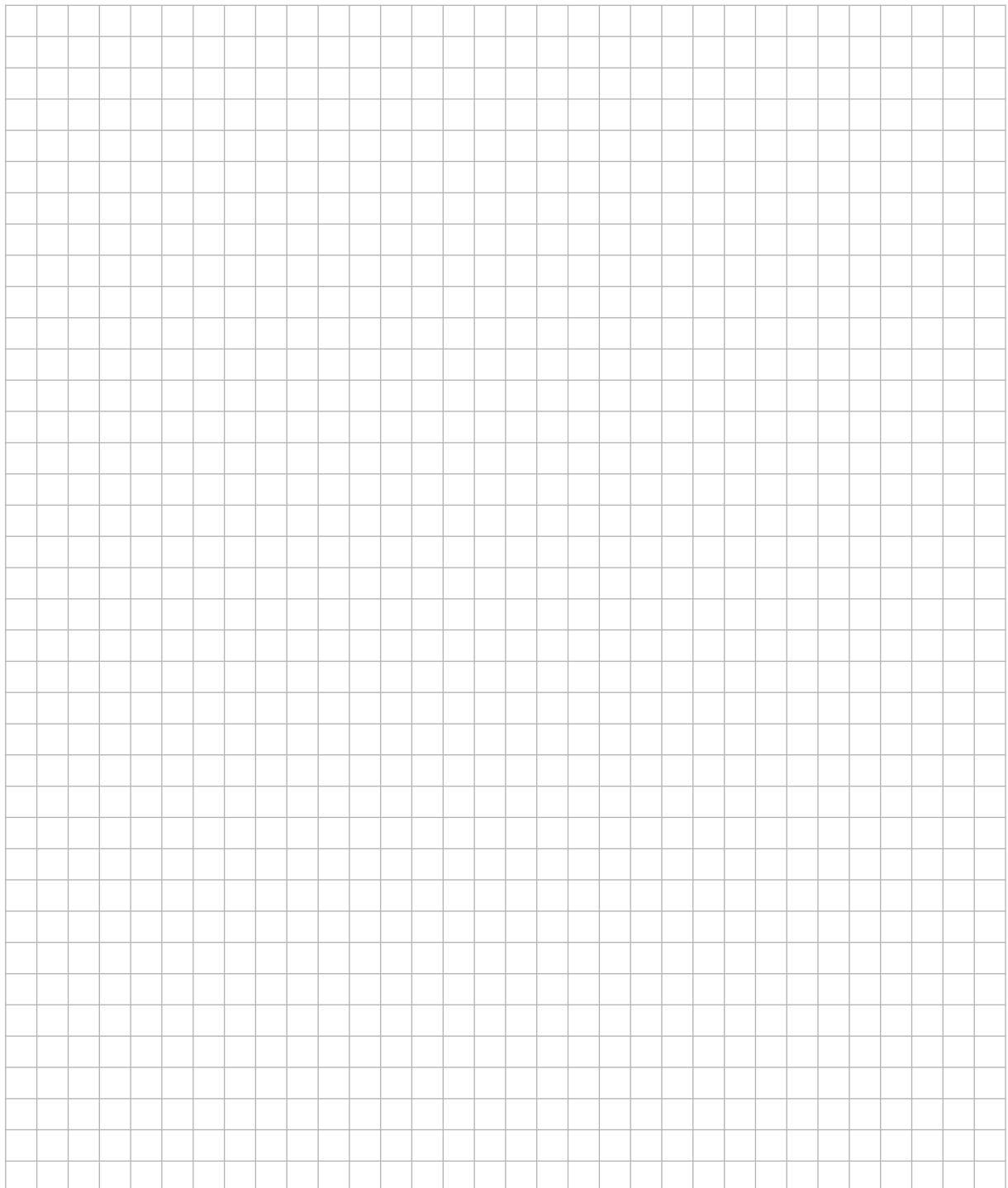
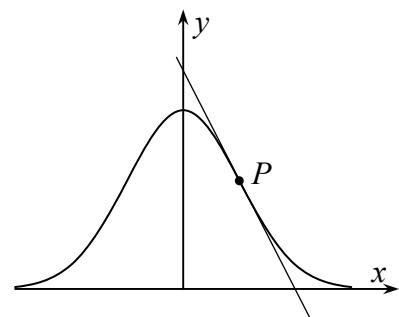
**Ceist 6****(25 marc)**

(a) Bíodh $f(x) = e^{-\frac{1}{2}x^2}$.

Taispeáin gurb é dara díorthach $f(x)$ i leith x ná $f''(x) = (x^2 - 1)e^{-\frac{1}{2}x^2}$.



- (b)** Is pointe athchasta ar an gcuar $y = e^{-\frac{1}{2}x^2}$ é an pointe P sa chéad cheathrú.
 Taispeáin go dtrasnaíonn an tadhlaí ag P an x -ais ag $(2, 0)$.



lch	iom. reatha
-----	-------------

Freagair na trí cheist go léir as an roinn seo.

Ceist 9

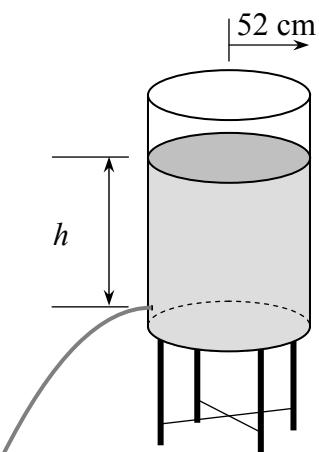
(50 marc)

Tá poll in aice leis an mbun in umar sorcóireach oscailte d'uisce. Is é ga an umair ná 52 cm. Is ciornal ar ga dó 1 cm é an poll. Titeann leibhéal an uisce de réir mar a éalaíonn an t-uisce tríd an bpoll.

Ar feadh tréimhse 20 nóiméad áirithe, tugtar airde dhromchla an uisce leis an bhfoirmle

$$h = \left(10 - \frac{t}{200} \right)^2$$

áit arb é h airde dhromchla an uisce, ina cm, agus é tomhaiste ó lár an phoill, agus arb é t an t-am ina shoicindí ó phointe ama áirithe $t = 0$.



- (a) Cad é airde an dromchla ag an am $t = 0$?

- (b) Cé mhéad soicind a bheidh caite nuair a bheidh airde 64 cm ag an dromchla?

- (c) Faigh an ráta ar a bhfuil **toirt** an uisce san umar ag laghdú ag an bpointe ama áirithe nuair is é 64 cm a airde.

Tabhair do fhreagra ceart go dtí an cm^3 is gaire in aghaidh an tsoicind.

- (d) Is ionann an ráta ar a bhfuil toirt an uisce san umar ag laghdú agus an luas ar a bhfuil an t-uisce ag teacht amach as an bpoll, iolraithe faoi achar an phoill. Faigh an luas ar a bhfuil an t-uisce ag teacht amach as an bpoll ag an bpointe ama nuair is é 64 cm a airde.

- (e) Taispeáin, de réir mar a athraíonn t , gur iolraí tairiseach de \sqrt{h} é luas an uisce ag teacht amach as an bpoll.

- (f) Tá sé ar eolas againn go dtugtar luas uisce atá ag teacht amach as poll mar seo, ina cheintiméadair in aghaidh an tsoicind, leis an bhfoirmle

$$v = c\sqrt{1962h}$$

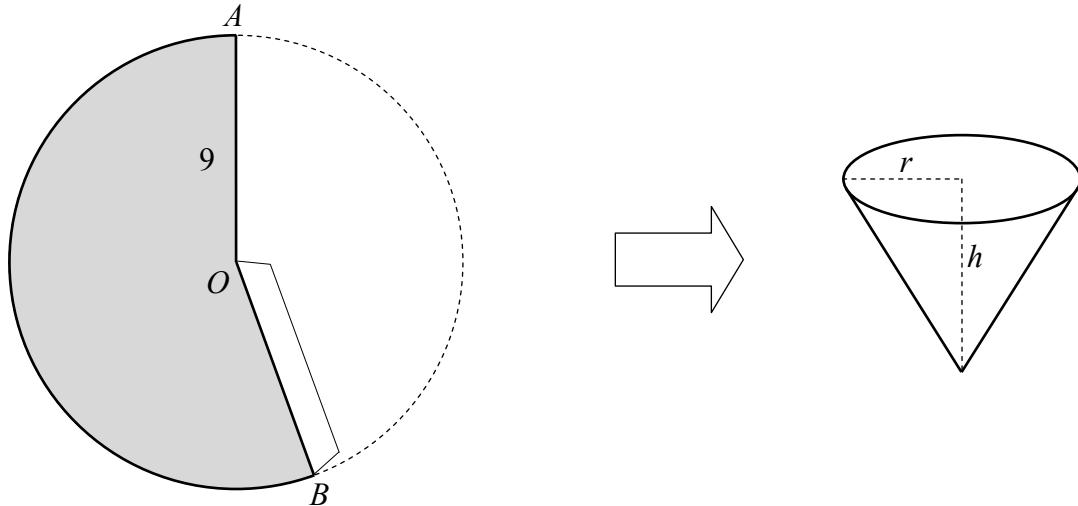
áit ar tairiseach é *c* a bhraitheann ar ghnéithe áirithe den pholl.

Faigh, ceart go dtí ionad deachúlach amháin, luach *c* i gcás an phoill seo.

Ceist 8**(50 marc)**

Baineann comhlacht úsáid as páipéar uiscedhíonach chun cupán sho-chaite chónula ólacháin a dhéanamh. Chun gach cupán a dhéanamh, gearrtar teascóig AOB as píosa ciorclach páipéir de gha 9 cm. Ansin ceanglaítear na himill AO agus OB chun an cupán a dhéanamh, mar a thaispeántar.

Is é gaimeall an chupán ná r , agus is é airde an chupán ná h .



- (a)** Agus r^2 á shloinneadh i dtéarmaí h agat, taispeáin go dtugtar toilleadh an chupán, ina cm^3 , leis an bhfoirmle

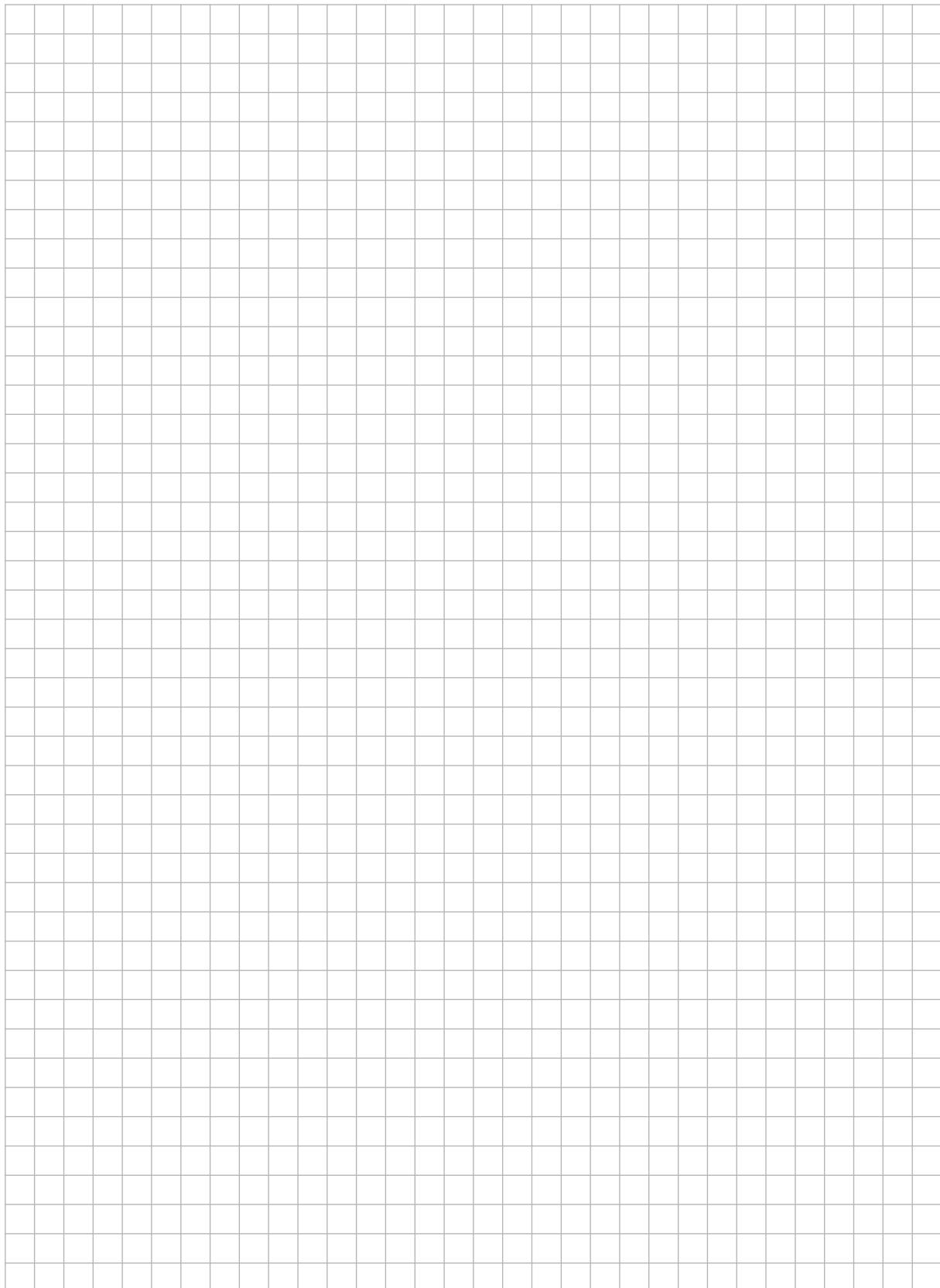
$$V = \frac{\pi}{3} h (81 - h^2).$$

- (b) Tá dhá luach dheimhneacha ar h a fhágann gurb é $\frac{154\pi}{3}$ toilleadh an chupáin.

Is slánuimhir é ceann amháin de na luachanna sin.

Faigh an dá luach.

Bíodh an réiteach neamh-shlánuimreach ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.



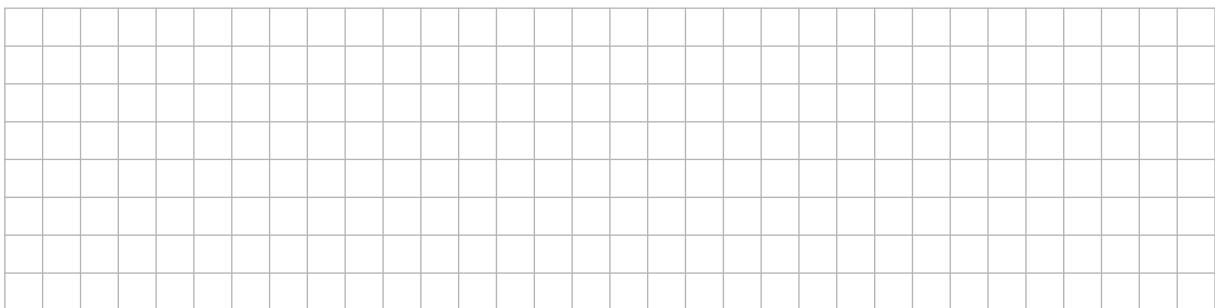
lch	iom. reatha
-----	-------------

- (c) Faigh an toirt is mó is féidir a bheith sa chupán, ceart go dtí an cm^3 is gaire.

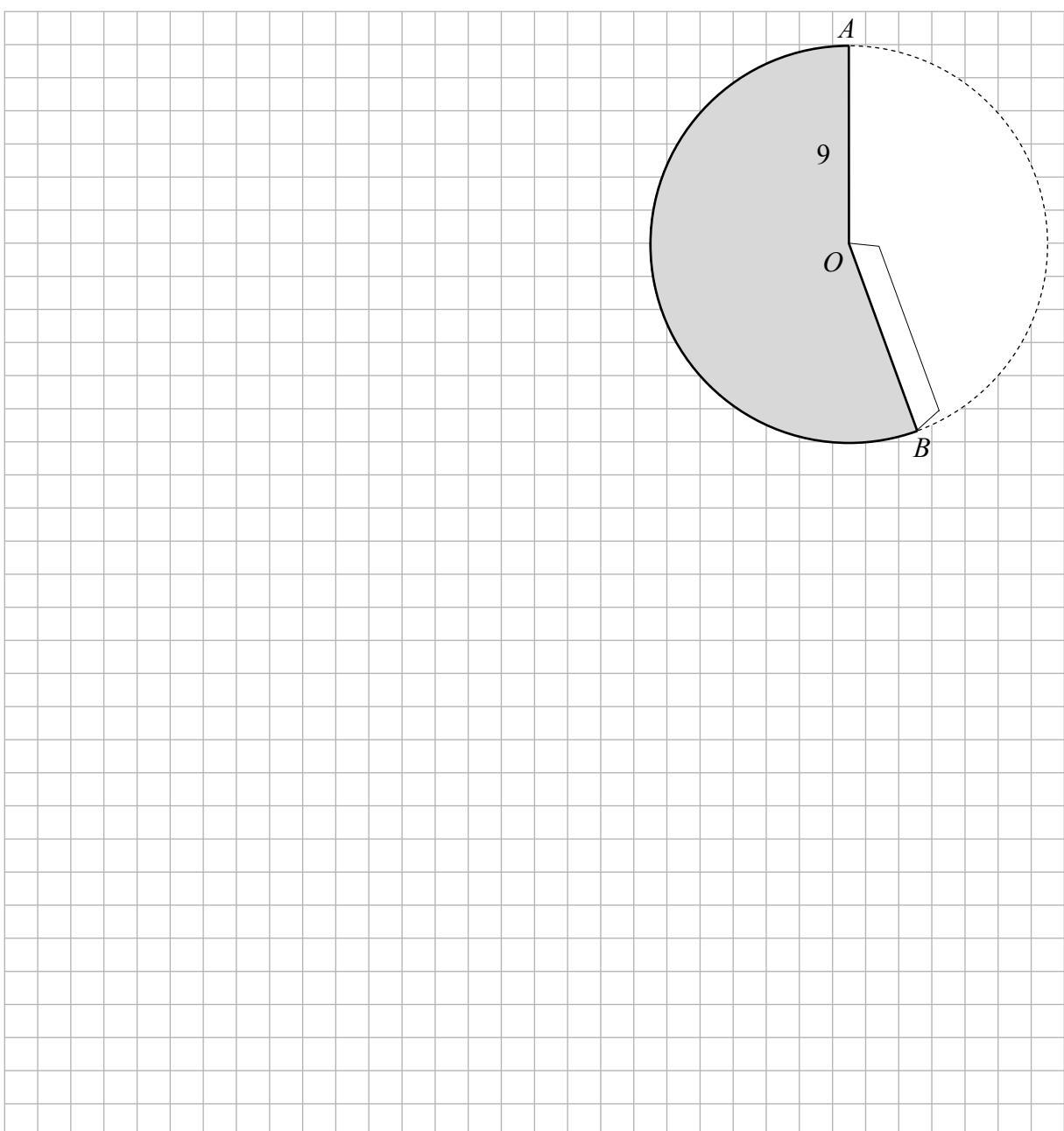
- (d) Comhlánaigh an tábla thíos chun ga, airde agus toilleadh gach ceann de na cupáin a bhí i gceist sna codanna (b) agus (c) thuas, a thaispeáint.
I ngach cás, bíodh an ga agus an airde ceart go dtí dhá ionad dheachúlacha.

	na cupáin i gcuid (b)	an cupán i gcuid (c)
ga (<i>r</i>)		
airde (<i>h</i>)		
toilleadh (<i>V</i>)	$\frac{154\pi}{3} \approx 161 \text{ cm}^3$	$\frac{154\pi}{3} \approx 161 \text{ cm}^3$

- (e) Go praiticiúil, cé acu ceann de na cupáin thusa ar a bhfuil an cruth is réasúnta mar chupán cónlúil? Tabhair cúis le do fhereagra.



- (f) I gcás an chupáin a roghnaigh tú i gcuid (e), faigh tomhas na huillinne AOB a chaithfear a ghearradh as an diosca ciorclach chun an cupán a dhéanamh.
Tabhair do fheregra ina chéimeanna, ceart go dtí an chéim is gaire.



lch	iom. reatha
-----	-------------

Ceist 9

(50 marc)

Is é atá i mbrú *an atmaisféir* ná an brú a chuireann an t-aer atá in atmaisfear an domhain ar rudáin. Is féidir é a thomhas ina chileapascail (kPa). Athraíonn meánbhrú an atmaisféir de réir na hairde: dá airde a théann tú suas, is ea is ísle an brú.

Tá fiosrú ar siúl ag roinnt mac léinn ar an athrú brú seo, agus roinnt sonraí a fuair siad ar an idirlíon á n-úsáid acu. Tá eolas acu faoin meánbhrú ag airdí éagsúla.

Tá sé cinn de na hiontrálacha sa tacar sonraí mar a thaispeántar sa tábla thíos iad:

airde (km)	0	1	2	3	4	5
brú (kPa)	101.3	89.9	79.5	70.1	61.6	54.0

Agus iad ag féachaint ar an bpatrún, tá na mic léinn ag iarraidh samhail oiriúnach a fháil chun na sonrai a mheatseáil.

- (a)** Measann Hannah gur seicheamh iolraíoch é seo a bheag nó a mhór. Deir sí gur féidir léi na sonraí a mheaitseáil cuibheasach maith ach an chéad téarma a thógáil mar $101\cdot3$ agus an comhíolraigtheoir mar $0\cdot883$.

(i) Comhlánaigh an tábla thíos chun na luachanna a thugann samhail Hannah a thaispeáint, ceart go dtí ionad deachúlach amháin.

airde (km)	0	1	2	3	4	5
brú (kPa)	101·3					

- (ii) Féach ar na hearráidí céatadánacha sna luachanna thusa agus cuir isteach uimhir chuí chun an ráiteas thíos a chomhlánú

“Tá samhail Hannah cruinn laistigh de %.”

- (b) Molann Tomás na sonraí a shamháltú leis an bhfeidhm easpónantúil seo a leanas:

$$p = 101.3 \times e^{-0.1244h}$$

áit arb é p an brú ina chileapascail agus arb é h an airde ina ciliméadair.

- (i) Agus luach **amháin** ar bith, seachas 0, á thógáil agat don airde, fioraigh go bhfuil difríocht níos lú ná 0·01 kPa idir an brú a thugann samhail Thomáis agus an brú a thugann samhail Hannah.

- (ii) Mínigh conas a d'fhéadfadh Tomás teacht ar luach an tairisigh 0.1244 ina shamhail.

- (c) Tá samhail Hannah scoite agus tá ceann Thomáis *leanúnach*.

- (i) Mínigh cad is brí leis seo.

- (ii) Luaign buntáiste amháin atá ag samhail leanúnach thar shamhail scoite.

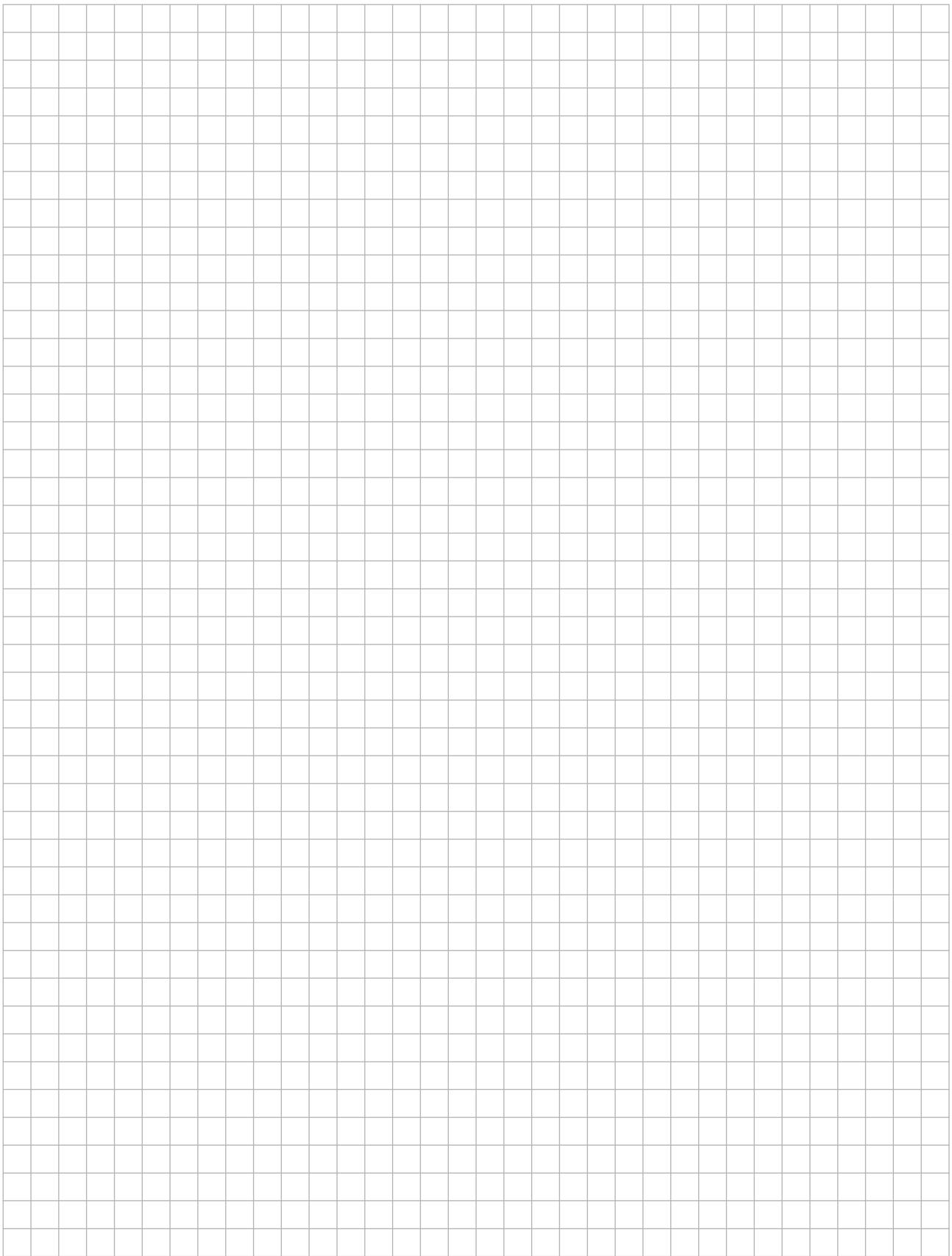
- (d) Bain úsáid as samhail Thomáis chun brú an atmaisfeír a mheas ag airde bharr Shliabh Everest: 8848 méadar.

Ich	iom. reatha
-----	-------------

- (e) Agus samhail Thomáis á húsáid agat, faigh meastachán ar an airde ag a bhfuil brú an atmaisféir leath chomh móra lena luach ag leibhéal na farraigé (airde 0 km).

- (f) Uaireanta tugann daoine mothúchán faoi deara ina geluasa nuair a athraíonn an brú. Féadann sé seo tarlú agus tú ag taisteal in ardaitheoir tapa i bhfoirgneamh ard. Taispeánann turgnaimh go motháíonn a lán daoine mothúchán mar sin má athraíonn an brú go tapa de 1 chileapascal amháin nó níos mó. Cuir i gcás go dtéann duine mar seo isteach in ardaitheoir atá gar do leibhéal na farraige. Agus neastachán oiriúnach ar an bhfad idir dhá urlár á thógáil agat, déan meastachán ar líon na n-urlár a chaithfeadh an duine taisteal chun an mothúchán seo a thabhairt faoi deara.

Bain úsáid as an leathanach seo le haghaidh obair bhreise.



An Ardteistiméireacht, 2012 – Ardleibhéal

Matamaitic (Tionscadal Mata – Céim 3) – Páipéar 1

Dé hAoine 8 Meitheamh
Tráthnóna 2:00 – 4:30