

Roll No.
रोल नं.

--	--	--	--	--	--	--

Series RKM/2

Code No. 30/2/1
कोड नं.

- Please check that this question paper contains 11 printed pages.
- Code number given on the right hand side of the question paper should be written on the title page of the answer-book by the candidate.
- Please check that this question paper contains 25 questions.
- Please write down the serial number of the question before attempting it.
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में मुद्रित पृष्ठ 11 हैं।
- प्रश्न-पत्र में दाहिने हाथ की ओर दिए गए कोड नम्बर को छात्र उत्तर-पुस्तिका के मुख-पृष्ठ पर लिखें।
- कृपया जाँच कर लें कि इस प्रश्न-पत्र में 25 प्रश्न हैं।
- कृपया प्रश्न का उत्तर लिखना शुरू करने से पहले, प्रश्न का क्रमांक अवश्य लिखें।

MATHEMATICS

गणित

Time allowed : 3 hours

निर्धारित समय : 3 घण्टे

Maximum Marks: 80

अधिकतम अंक : 80

General Instructions :

- All questions are compulsory.*
- The question paper consists of 25 questions divided into three sections —A, B and C. Section A contains 7 questions of 2 marks each, Section B is of 12 questions of 3 marks each and Section C is of 6 questions of 5 marks each.*
- There is no overall choice. However, an internal choice has been provided in two questions of two marks each, two questions of three marks each and two questions of five marks each.*
- In question on construction, the drawing should be neat and exactly as per the given measurements.*
- Use of calculators is not permitted. However, you may ask for Mathematical tables.*

सामान्य निर्देश :

- सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।*

- (ii) इन प्रश्न-पत्र में 25 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों — अ, ब और स में बँटे हुए हैं। खण्ड अ में दो-दो अंक वाले 7 प्रश्न, खण्ड ब में तीन-तीन अंक वाले 12 प्रश्न तथा खण्ड स में पाँच-पाँच अंक वाले 6 प्रश्न शामिल हैं।
- (iii) प्रश्न-पत्र में कोई समग्र व्यापक विकल्प नहीं है। फिर भी दो-दो अंकों वाले दो प्रश्नों, तीन-तीन अंकों वाले दो प्रश्नों तथा पाँच-पाँच अंकों वाले दो प्रश्नों में आंतरिक विकल्प दिए गए हैं।
- (iv) रचना वाले प्रश्न में आरेखन स्वच्छ हो और दिए गए मापन के सर्वथा अनुरूप हो।
- (v) कैलकुलेटर के प्रयोग की अनुमति नहीं है। लेकिन यदि आवश्यकता हो तो आप गणितीय सारणियों की माँग कर सकते हैं।

SECTION A

खण्ड अ

Questions number 1 to 7 carry 2 marks each.

प्रश्न संख्या 1 से 7 तक प्रत्येक प्रश्न के 2 अंक हैं।

1. Find the GCD of the following polynomials :

$$12x^4 + 324x ; 36x^3 + 90x^2 - 54x$$

निम्न बहुपदों का म.स. (GCD) ज्ञात कीजिए :

$$12x^4 + 324x ; 36x^3 + 90x^2 - 54x$$

2. Solve for x and y :

$$\frac{2x}{a} + \frac{y}{b} = 2, \quad \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 4$$

OR

Solve for x and y :

$$31x + 29y = 33, \quad 29x + 31y = 27$$

x तथा y के लिए हल कीजिए :

$$\frac{2x}{a} + \frac{y}{b} = 2, \quad \frac{x}{a} - \frac{y}{b} = 4$$

अथवा

x तथा y के लिए हल कीजिए :

$$31x + 29y = 33, \quad 29x + 31y = 27$$

3. Find the sum of all three digit whole numbers which are multiples of 7.

सभी तीन अंकीय पूर्ण संख्याओं का योगफल ज्ञात कीजिए जो 7 के गुणज हैं।

4. In Figure 1, $PQ \parallel AB$ and $PR \parallel AC$. Prove that $QR \parallel BC$.

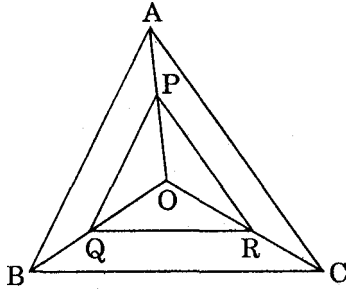


Figure 1

OR

In Figure 2, incircle of ΔABC touches its sides AB, BC and CA at D, E and F respectively. If $AB = AC$, prove that $BE = EC$.

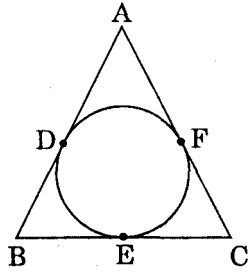
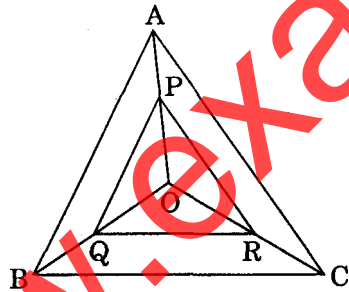


Figure 2

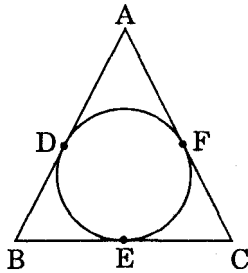
आकृति 1 में, $PQ \parallel AB$ तथा $PR \parallel AC$ सिद्ध कीजिए कि $QR \parallel BC$.



आकृति 1

अथवा

आकृति 2 में, ΔABC का अन्तःवृत्त भुजाओं AB, BC तथा CA को क्रमशः बिन्दुओं D, E तथा F पर स्पर्श करता है। यदि $AB = AC$ है, तो सिद्ध कीजिए कि $BE = EC$.



आकृति 2

5. If the mean of the following frequency distribution is 49, find the missing frequency p :

Class	Frequency
0 - 20	2
20 - 40	6
40 - 60	p
60 - 80	5
80 - 100	2

यदि निम्न बारंबारता बंटन का माध्य 49 है, तो लुप्त बारंबारता p ज्ञात कीजिए :

वर्ग	बारम्बारता
0 - 20	2
20 - 40	6
40 - 60	p
60 - 80	5
80 - 100	2

6. A wrist-watch is available for Rs. 1,000 cash or Rs. 500 as cash down payment followed by three equal monthly instalments of Rs. 180. Calculate the rate of interest charged under the instalment plan.

एक हाथ-घड़ी का नकद मूल्य 1,000 रु. अथवा वह 500 रु. नकद भुगतान के साथ 180 रु. की तीन समान मासिक किस्तों में भी उपलब्ध है। किस्त योजना के अन्तर्गत ब्याज की दर परिकलित कीजिए।

7. An unbiased die is tossed once. Find the probability of getting

- (i) a multiple of 2 or 3.
- (ii) a prime number greater than 2.

एक अनभिन्नत पाँसा एक बार उछाला गया। निम्न के आने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए :

- (i) 2 अथवा 3 का गुणज।
- (ii) 2 से बड़ी अभाज्य संख्या।

SECTION B

खण्ड ब

Questions number 8 to 19 carry 3 marks each.

प्रश्न संख्या 8 से 19 तक प्रत्येक प्रश्न के 3 अंक हैं।

8. Solve the following system of equations graphically :

$$2x + y = 8; \quad x + 1 = 2y$$

निम्न समीकरण निकाय को ग्राफ की सहायता से हल कीजिए :

$$2x + y = 8; \quad x + 1 = 2y$$

9. Simplify the following rational expression in the lowest terms :

$$\left(\frac{ax^2 - x^3}{a^3 + x^3} \times \frac{a^2 - ax + x^2}{a^2x^2 + x^4} \right) \div \frac{a^2 - 2ax + x^2}{a^4 - x^4}$$

निम्न परिमेय व्यंजक को उसके न्यूनतम रूप में प्रकट कीजिए :

$$\left(\frac{ax^2 - x^3}{a^3 + x^3} \times \frac{a^2 - ax + x^2}{a^2x^2 + x^4} \right) \div \frac{a^2 - 2ax + x^2}{a^4 - x^4}$$

10. If the sum to first n terms of an A.P. is given by $S_n = n(n + 1)$, find the 20th term of the A.P.

यदि किसी समान्तर श्रेणी के प्रथम n पदों का योगफल $S_n = n(n + 1)$ द्वारा परिभाषित है, तो समान्तर श्रेणी का 20वाँ पद ज्ञात कीजिए।

11. In a cyclic quadrilateral ABCD, diagonal AC bisects $\angle C$. Prove that the tangent to the circle at A is parallel to the diagonal BD.

OR

In Figure 3, O is any point in the interior of ΔABC . OD, OE and OF are drawn perpendiculars to the sides BC, CA and AB respectively. Prove that

$$AF^2 + BD^2 + CE^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2$$

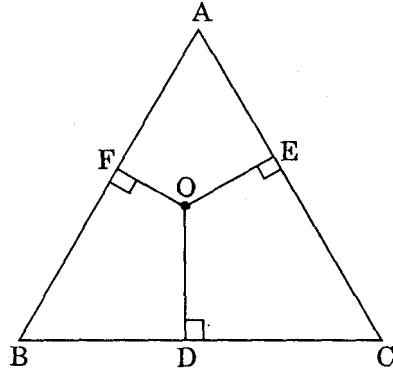


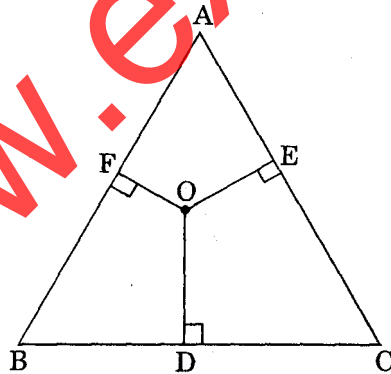
Figure 3

एक चक्रीय चतुर्भुज ABCD में, विकर्ण AC कोण C को समद्विभाजित करता है। सिद्ध कीजिए कि बिन्दु A पर वृत्त की स्पर्श रेखा विकर्ण BD के समान्तर है।

अथवा

आकृति 3 में, O त्रिभुज ABC का एक आन्तरिक बिन्दु है। भुजाओं BC, CA तथा AB पर क्रमशः लम्ब OD, OE तथा OF डाले गए हैं। सिद्ध कीजिए कि

$$AF^2 + BD^2 + CE^2 = OA^2 + OB^2 + OC^2 - OD^2 - OE^2 - OF^2$$



आकृति 3

12. Construct a ΔABC in which base $BC = 6$ cm, $\angle B = 45^\circ$ and $\angle C = 60^\circ$. Draw a circumcircle of ΔABC .

ΔABC की रचना कीजिए जिसमें आधार $BC = 6$ सेमी, $\angle B = 45^\circ$ तथा $\angle C = 60^\circ$. ΔABC का परिवृत्त भी खींचिए।

13. The diameter of a solid copper sphere is 18 cm. It is melted and drawn into a wire of uniform cross-section. If the length of the wire is 108 m, find its diameter.

एक ठोस ताँबे के गोले का व्यास 18 सेमी है। इसको पिघलाकर एक तार, जो एकसमान अनुप्रस्थ-परिच्छेद (cross-section) की है, के रूप में खींचा गया है। यदि तार की लम्बाई 108 मी. है, तो उसका व्यास ज्ञात कीजिए।

14. The expenditure (in rupees) of a family for a month is as follows :

Item	Rent	Food	Education	Electricity and Water	Others
Expenditure	800	3000	1200	400	1800

Represent the above data by a pie-chart.

किसी परिवार के एक माह के व्यय (रु. में) का ब्यौरा निम्न है :

मद	किराया	भोजन	शिक्षा	बिजली तथा पानी	अन्य
व्यय	800	3000	1200	400	1800

उपर्युक्त आँकड़ों को पाई-चार्ट द्वारा प्रदर्शित कीजिए।

15. From a pack of 52 cards, red face cards are removed. After that a card is drawn at random from the pack. Find the probability that the card drawn is

- (i) a queen.
- (ii) a red card.
- (iii) a spade card.

52 पत्तों की ताश की गड्डी में से, लाल चित्र वाले पत्ते (face cards) निकाल लिए गए। इसके बाद गड्डी में से यादृच्छया एक पत्ता निकाला गया। प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि निकाला गया पत्ता

- (i) एक बेगम है।
- (ii) एक लाल पत्ता है।
- (iii) एक हुकुम (spade) का पत्ता है।

16. Prove that :

$$\left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left(1 + \frac{1}{\cot^2 \theta}\right) = \frac{1}{\sin^2 \theta - \sin^4 \theta}$$

OR

If A, B and C are the interior angles of a triangle ABC, show that

$$\cos \left(\frac{B+C}{2} \right) = \sin \frac{A}{2}$$

सिद्ध कीजिए कि

$$\left(1 + \frac{1}{\tan^2 \theta}\right) \left(1 + \frac{1}{\cot^2 \theta}\right) = \frac{1}{\sin^2 \theta - \sin^4 \theta}$$

अथवा

यदि A, B तथा C, $\triangle ABC$ के आन्तरिक कोण हैं, तो दिखाइए कि :

$$\cos\left(\frac{B+C}{2}\right) = \sin \frac{A}{2}$$

17. The coordinates of the mid-points of the sides of a triangle are (4, 3), (6, 0) and (7, -2). Find the coordinates of the centroid of the triangle.

किसी त्रिभुज की भुजाओं के मध्य-बिन्दुओं के निर्देशांक (4, 3), (6, 0) तथा (7, -2) हैं। त्रिभुज के केन्द्रक के निर्देशांक ज्ञात कीजिए।

18. If the distance of P (x, y) from two points with coordinates (5, 1) and (-1, 5) is equal, prove that $3x = 2y$.

यदि बिन्दु P (x, y) दो बिन्दुओं (5, 1) तथा (-1, 5) से समान दूरी पर है, तो सिद्ध कीजिए कि $3x = 2y$

19. A loan of Rs. 24,600 is to be paid back in two equal semi-annual instalments. If the interest is charged at 10% per annum, compounded semi-annually, find the instalment.
24,600 रु. का ऋण दो समान अर्धवार्षिक किस्तों में लौटाया जाना है। यदि ब्याज की वार्षिक दर 10% है तथा ब्याज प्रति छःमाही संयोजित होता है, तो किस्त की राशि ज्ञात कीजिए।

SECTION C

खण्ड स

Questions number 20 to 25 carry 5 marks each.

प्रश्न संख्या 20 से 25 तक प्रत्येक प्रश्न के 5 अंक हैं।

20. Prove that the angle subtended by an arc at the centre is double the angle subtended by it at any point on the remaining part of the circle.

Using the above, prove the following :

In Figure 4, O is the centre of the circle. If $\angle BAO = 30^\circ$ and $\angle BCO = 40^\circ$, find the value of $\angle AOC$.

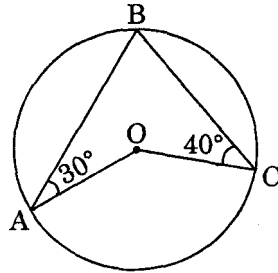
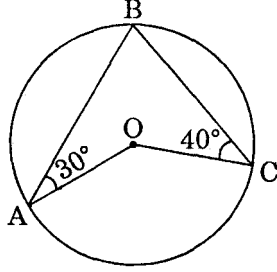


Figure 4

सिद्ध कीजिए कि किसी चाप द्वारा केन्द्र पर अन्तरिक कोण उस चाप द्वारा वृत्त के शेष भाग पर स्थित किसी बिन्दु पर अन्तरिक कोण का दुगुना होता है।

उपर्युक्त का प्रयोग कर निम्न सिद्ध कीजिए :

आकृति 4 में, O वृत्त का केन्द्र है। यदि $\angle BAO = 30^\circ$ तथा $\angle BCO = 40^\circ$ तो $\angle AOC$ का मान ज्ञात कीजिए।



आकृति 4

21. State and prove Pythagoras theorem.

Use the above to prove the following :

ABC is an isosceles right triangle, right angled at C. Prove that $AB^2 = 2AC^2$.

पाइथागोरस प्रमेयके कथन को लिखिए तथा उसे सिद्ध कीजिए।

उपर्युक्त का प्रयोग कर निम्न सिद्ध कीजिए :

ABC एक समद्विबाहु समकोण त्रिभुज है जिसमें C पर समकोण है। सिद्ध कीजिए कि $AB^2 = 2AC^2$.

22. The side of a square exceeds the side of another square by 4 cm and the sum of areas of two squares is 400 sq. cm. Find the dimension of the squares.

OR

A fast train takes 3 hours less than a slow train for a journey of 600 km. If the speed of the slow train is 10 km/hour less than that of the fast train, find the speeds of the two trains.

एक वर्ग की भुजा दूसरे वर्ग की भुजा से 4 सेमी बड़ी है और दोनों वर्गों के क्षेत्रफलों का योगफल 400 वर्ग सेमी है। वर्गों की भुजा की लम्बाइयाँ ज्ञात कीजिए।

अथवा

600 किमी की एक यात्रा में एक तेज़ रेलगाड़ी दूसरी धीमी रेलगाड़ी से 3 घंटे कम समय लेती है। यदि धीमी रेलगाड़ी की गति तेज़ रेलगाड़ी की गति से 10 किमी/घंटा कम है, तो दोनों रेलगाड़ियों की गति ज्ञात कीजिए।

23. A hollow copper sphere of external and internal diameter 8 cm and 4 cm respectively is melted into a solid cone of base diameter 8 cm. Find the height of the cone.

OR

If the radii of the circular ends of a bucket 45 cm high, are 28 cm and 7 cm, find the capacity and surface area of the bucket. (Use $\pi = \frac{22}{7}$)

एक खोखले ताँबे के गोले के बाह्य तथा आन्तरिक व्यास क्रमशः 8 सेमी तथा 4 सेमी हैं। इसको पिघलाकर 8 सेमी आधार व्यास का एक ठोस शंकु बनाया गया है। शंकु की ऊँचाई ज्ञात कीजिए।

अथवा

यदि 45 सेमी ऊँची एक बाल्टी के वृत्ताकार सिरों की त्रिज्याएँ 28 सेमी तथा 7 सेमी हैं, तो बाल्टी की धारिता तथा पृष्ठीय क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए। ($\pi = \frac{22}{7}$ प्रयोग कीजिए)

24. An observer in a lighthouse observes two ships on the same side of the lighthouse, and in the same straight line with the base of the lighthouse. The angles of depression of the ships approaching it are 30° and 60° . If the height of the lighthouse is 150 m, find the distance between the ships.

प्रकाश-स्तम्भ में बैठा एक प्रेक्षक अपनी ओर आते हुए दो जलयानों, जो प्रकाश-स्तम्भ के एक ही ओर तथा उसके आधार से एक ही रेखा में स्थित हैं, देख रहा है। जलयानों, जो प्रकाश-स्तम्भ की ओर आ रहे हैं, के अवनमन कोण 30° तथा 60° हैं। यदि प्रकाश-स्तम्भ की ऊँचाई 150 मी. है, तो जलयानों के बीच की दूरी ज्ञात कीजिए।

25. Satish (aged 67 years) has monthly income of Rs. 30,000 (excluding HRA). He donates Rs. 80,000 to a charitable orphanage (50% exemption). He contributes Rs. 30,000 towards Public Provident Fund and purchases NSCs worth Rs. 20,000. He pays Rs. 1,500 as income tax per month for 11 months. Calculate the income tax to be paid by him in the 12th month of the year.

Use the following to calculate income tax :

- | | |
|---|---|
| (a) Savings | 100% exemption for permissible savings upto Rs. 1,00,000 |
| (b) Rates of Income tax for Senior Citizens (over 65 years) | |
| <u>Slab</u> | <u>Income tax</u> |
| (i) Upto Rs. 1,85,000 | No tax |
| (ii) From Rs. 1,85,001 to Rs. 2,50,000 | 20% of the taxable income exceeding Rs. 1,85,000 |
| (iii) From Rs. 2,50,001 and above | Rs. 13,000 + 30% of the taxable income exceeding Rs. 2,50,000 |
| (c) Education Cess | 2% of Income tax payable |

सतीश (आयु 67 वर्ष) की मासिक आय 30,000 रु. (मकान किराया भत्ता छोड़कर) है। वह एक अनाथालय को 80,000 रु. दान देता है (छूट 50%)। वह 30,000 रु. सार्वजनिक भविष्य निधि खाते में जमा कराता है तथा 20,000 रु. के राष्ट्रीय बचत पत्र खरीदता है। वह 1,500 रु. मासिक 11 माह तक आय कर देता है। बताइए वर्ष के 12वें माह में उसे कितना आय कर देना होगा।

आय कर की गणना हेतु निम्न का प्रयोग करें :

(अ) बचत	अधिकतम 1,00,000 रु. की अनुमत बचतों पर 100% छूट
(ब) 65 वर्ष तथा अधिक के व्यक्तियों के लिए आय कर की दरें	
<u>स्लैब</u>	<u>आय कर</u>
(i) 1,85,000 रु. तक	कोई आय कर नहीं
(ii) 1,85,001 रु. से 2,50,000 रु. तक	1,85,000 रु. से अधिक कर-योग्य आय का 20%
(iv) 2,50,001 रु. और अधिक	18,000 रु. + 2,50,000 रु. से अधिक कर-योग्य राशि का 30%
(स) शिक्षा उपकर	देय आय कर का 2%