

नमूने के प्रश्न-पत्र की योजना

कक्षा – XII

विषय – गणित

अवधि – 3 घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक – 80 अंक

1. उद्देश्य हेतु अंकभार –

क्र.सं.	उद्देश्य	अंकभार	प्रतिशत
1.	ज्ञान	24	30%
2.	अवबोध अर्थग्रहण	36	45%
3.	ज्ञानोपयोग / अभिव्यक्ति	16	20%
4.	कौशल / मौलिकता	04	05%

2. प्रश्नों के प्रकारवार अंकभार –

क्र.सं. प्रश्नों का प्रकार	प्रश्नों की संख्या	अंक प्रति प्रश्न	कुल अंक प्रतिशत	प्रतिशत	संभावित
1. वस्तुनिष्ठ / बहुविकल्पात्मक	-	-	-	-	-
2. अतिलघुत्तरात्मक	10	1	10	12.50	20Mnts
3. लघुत्तरात्मक – I	-	-	-	-	-
4. लघुत्तरात्मक – II	15	03	45	56.25	90Mnts.
5. निबंधात्मक	05	05	25	31.25	60 Mnts.
योग	30		80	100.00	170 Mnts.

विकल्प योजना : आन्तरिक

पुनरावलोकन : 10 Mnts.

3. विषय वस्तु का अंकभार –

क्र.सं.	विषय वस्तु	अंकभार	प्रतिशत
1.	सम्बन्ध एवं फलन	03	3.75
2.	प्रतिलोम वृत्तीय फलन	04	5.00
3.	आव्यूह	05	6.25
4.	सारणिक	05	6.25
5.	सान्त्वयता एवं अवकलनीयता	08	10.00
6.	अवकलज के अनुप्रयोग	06	7.50
7.	समाकलन	12	15.00
8.	समाकलन के अनुप्रयोग	06	7.50
9.	अवकल समीकरण	06	7.50
10.	सदिश	07	8.75
11.	त्रिविमीय ज्योमिति	07	8.75
12.	रैखिक प्रोग्रामन	04	5.00
13.	प्रायिकता	07	8.75
	योग	80	100

प्रश्न-पत्र ब्ल्यू प्रिन्ट

कक्षा – XII

विषय :- गणित

पूर्णांक – 80

2

क्र. सं.	उद्देश्य इकाई/उप इकाई	ज्ञान				अवबोध				ज्ञानोपयोगी/अभिव्यक्ति				कौशल/मौलिकता				योग			
		बहु. वि.	अति. लघु	लघु.		निबं.	बहु. वि.	अति. लघु	लघु.		निबं.	बहु. वि.	अति. लघु	लघु.		निबं.	अति. लघु		लघु.		निबं.
				SA1	SA2				SA1	SA2				SA1	SA2				SA1	SA2	
1	सम्बन्ध एवं फलन	-	-	-	-	-	-	-	3(1)*	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3(1)
2	प्रतिलोम वृत्तीय फलन	-	1(1)	-	3(1)*	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	4(2)
3	आव्यूह	-	-	-	3(1)*	-	-	1(1)	-	-	-	-	1(1)	-	-	-	-	-	-	-	5(3)
4	सारणिक	-	-	-	-	-	-	-	-	5(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	5(1)
5	सान्तत्यता एवं अवकलनीयता	-	-	-	-	5(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	8(2)
6	अवकलज के अनुप्रयोग	-	-	-	-	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	6(2)
7	समाकलन	-	1(1)	-	3(1)	-	-	-	-	5(1)*	-	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	12(4)
8	समाकलन के अनुप्रयोग	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	6(2)
9	अवकल समीकरण	-	-	-	-	-	-	1(1)	-	-	5(1)*	-	-	-	-	-	-	-	-	-	6(2)
10	सदिश	-	1(1)	-	-	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	3(1)	-	-	-	-	-	7(3)
11	त्रिविमीय ज्योमिति	-	1(1)	-	-	-	-	1(1)	-	-	5(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7(3)
12	रैखिक प्रोग्रामन	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	1(1)	-	3(1)*	-	-	4(2)
13	प्रायिकता	-	-	-	3(1)	-	-	1(1)	-	3(1)	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7(3)
	योग	-	4(4)	-	15(5)	5(1)	-	4(4)	-	12(4)	20(4)	-	1(1)	-	15(5)	-	1(1)	-	3(1)	-	
		24(10)				36(12)				16(6)				4(2)				80(30)			

विकल्पों की योजना :- * आन्तरिक विकल्प वाले प्रश्न

विशेष नोट :-

हस्ताक्षर

माध्यमिक शिक्षा बोर्ड राजस्थान, अजमेर

नमूने का प्रश्न-पत्र

कक्षा-12

विषय- गणित

अनुक्रमांक

अवधि- 3 घण्टे 15 मिनट

पूर्णांक 80 अंक

सामान्य निर्देश :-

- I. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
- II. इस प्रश्न पत्र में 30 प्रश्न हैं जो तीन खण्डों में विभाजित हैं :
अ, ब तथा स। खण्ड अ में 10 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक एक अंक का है, खण्ड ब में 15 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 3 अंक का है। खण्ड स में 5 प्रश्न हैं जिनमें से प्रत्येक 5 अंक का है।
- III. पूर्ण प्रश्न पत्र में विकल्प नहीं है फिर भी तीन अंकों वाले 4 प्रश्नों में तथा पाँच अंकों वाले दो प्रश्नों में आन्तरिक विकल्प है ऐसे सभी प्रश्नों में से आपको एक ही विकल्प करना है।

खण्ड 'अ'

1. $\cos^{-1}\left(\cos\frac{7\pi}{6}\right)$ का मुख्य मान ज्ञात कीजिए।
2. यदि $\begin{bmatrix} 2 & 4x \\ y & 3z \end{bmatrix} = 2 \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ 6 & 3 \end{bmatrix}$ हो, तो x का मान ज्ञात कीजिए।
3. यदि $A = \begin{bmatrix} 2 & 5 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$ है तो A^{-1} ज्ञात कीजिए।
4. $\int \operatorname{cosec}^2 x \sec^2 x \, dx$ ज्ञात कीजिए।
5. वक्रों के कुल $y = a \sin(x + b)$, जिसमें a, b स्वेच्छ अचर हैं, को निरूपित करने वाले अवकल समीकरण को ज्ञात कीजिए।
6. सदिश $5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ के अनुदिश एक ऐसा सदिश ज्ञात कीजिए, जिसका परिमाण 8 इकाई है।
7. दो बिन्दुओं $(-2, 4, -5)$ और $(1, 2, 3)$ को मिलाने वाली रेखा की दिक्-कोसाइन ज्ञात कीजिए।
8. दो समतलों $3x - 6y + 2z = 7$ और $2x + 3y + 6z = 5$ के बीच का कोण ज्ञात कीजिए।
9. निम्न अवरोधों :
 $x + y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$ का सुसंगत क्षेत्र दर्शायें।
10. एक पासे को दो बार उछाला जाता है कम से कम एक बार विषम संख्या प्राप्त होने की प्रायिकता ज्ञात कीजिए।

खण्ड 'ब'

11. सिद्ध कीजिए कि पूर्णाकों के समुच्चय Z में $R = \{(a, b) : \text{संख्या } 2, (a - b) \text{ को विभाजित करती है}\}$ द्वारा प्रदत्त सम्बंध एक तुल्यता सम्बंध है।

अथवा

सिद्ध कीजिए कि $f : R \rightarrow R, f(x) = x^3 - 1$ एकैकी आच्छादक है।

12. $\tan^{-1} 2x + \tan^{-1} 3x = \frac{\pi}{4}$ को सरल कीजिए।

अथवा

सिद्ध कीजिए : $\tan^{-1} \sqrt{x} = \frac{1}{2} \cos^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right), x \in [0, 1]$

13. यदि $A = \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{bmatrix}$ तथा $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ एवं $A^2 = KA - 2I$ हो तो K ज्ञात कीजिए।

अथवा

प्रारम्भिक रूपान्तरण के प्रयोग से निम्नलिखित आव्यूह का व्युत्क्रम ज्ञात कीजिए।

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

14. a और b के मध्य सम्बंध ज्ञात कीजिए, जिनके लिए

$$f(x) = \begin{cases} ax+1 & , \text{ यदि } x \leq 3 \\ bx+3 & , \text{ यदि } x > 3 \end{cases}$$

द्वारा परिभाषित फलन $x = 3$ पर संतत है।

15. वह अन्तराल ज्ञात कीजिए जिसमें $f(x) = 4x^3 - 6x^2 - 72x + 30$ द्वारा प्रदत्त फलन f निरंतर वर्धमान है।

16. सिद्ध कीजिए कि एक दिए गए वृत्त के अन्तर्गत सभी आयतों में वर्ग का क्षेत्रफल उच्चतम होता है।

17. $\int \frac{e^x (x+1)}{(x+2)^2} dx$ ज्ञात कीजिए।

18. योगफल की सीमा के प्रयोग से $\int_1^3 x^2 dx$ का मान ज्ञात कीजिए।
19. वक्रों $y = x$ एवं $y = x^2$ के मध्यवर्ती क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए।
20. समाकलन का उपयोग करते हुए एक ऐसे त्रिभुज का क्षेत्रफल का ज्ञात कीजिए, जिसके शीर्ष $P(-1, 0)$, $Q(1, 3)$ एवं $R(3, 2)$ हैं।
21. यदि दो मात्रक सदिशों का योगफल एक मात्रक सदिश हो तो उनके अन्तर का परिमाण ज्ञात कीजिए।
22. उस समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल ज्ञात कीजिए जिसकी संलग्न भुजाएं सदिश $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ और $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ द्वारा दी गई है।
23. आलेखीय विधि द्वारा निम्न रैखिक प्रोग्रामन समस्या को हल कीजिए।
निम्न व्यवरोधों के अंतर्गत $x + 2y \geq 10$
 $3x + 4y \leq 24$
 $x \geq 0, y \geq 0$
 $z = 200x + 500y$ का न्यूनतम मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

दो प्रकार के भोज्य P और Q को इस प्रकार मिलाया जाता है कि मिश्रण में विटामिन अवयवों में 8 मात्रक विटामिन A तथा 11 मात्रक विटामिन B हो। भोज्य P की लागत रु. 60/kg. और भोज्य Q की लागत रु. 80/kg. है। भोज्य P में 3 मात्रक/kg. विटामिन A और 5 मात्रक /kg. विटामिन B है, जबकि भोज्य Q में 4 मात्रक/kg. विटामिन A और 2 मात्रक /kg. विटामिन B है। मिश्रण की न्यूनतम लागत हेतु रैखिक प्रोग्रामन समस्या का निरूपण कीजिए।

24. एक विशेष समस्या को A और B द्वारा स्वतंत्र रूप से हल करने की प्रायिकताएं क्रमशः $\frac{1}{2}$ और $\frac{1}{3}$ हैं। यदि दोनों स्वतंत्र रूप से, समस्या हल करने का प्रयास करते हैं, तो प्रायिकता ज्ञात कीजिए कि :
- समस्या हल हो जाती है।
 - उनमें से तथ्यतः कोई एक समस्या हल कर लेता है।
25. यदि एक न्याय्य सिक्के को 10 बार उछाला गया है तो निम्न की प्रायिकताएं ज्ञात कीजिए :
- ठीक छः चित
 - न्यूनतम आठ चित

खण्ड 'स'

26. सिद्ध कीजिए कि $\begin{vmatrix} 1+a & 1 & 1 \\ 1 & 1+b & 1 \\ 1 & 1 & 1+c \end{vmatrix} = abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$

27. फलन $x^y + y^x = 1$ का $\frac{dy}{dx}$ ज्ञात कीजिए।

28. $\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{1 + \sqrt{\cot x}}$ का मान ज्ञात कीजिए।

अथवा

$\int \frac{(6x+7)dx}{(x-5)(x-4)}$ ज्ञात कीजिए।

29. अवकल समीकरण $\sqrt{1+x^2+y^2+x^2y^2} + xy \frac{dy}{dx} = 0$ को हल कीजिए।

अथवा

अवकल समीकरण $x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$ को हल कीजिए।

30. बिन्दु $(1, 3, 4)$ का समतल $x - y + z = 5$ में प्रतिबिम्ब ज्ञात कीजिए। यह भी सत्यापित कीजिए कि यह प्रतिबिम्ब समतल $x - 2y + z - 7 = 0$ पर स्थित है।

अंक योजना

नमूने का प्रश्न पत्र सत्र 2011-12

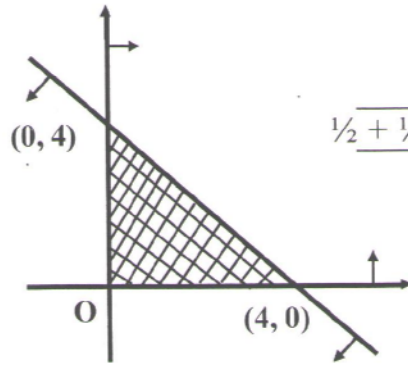
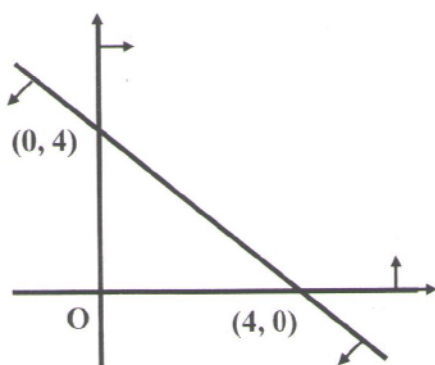
कक्षा—**XII**

विषय— गणित

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
1.	$\cos^{-1} \left(\cos \left(2\pi - \frac{5\pi}{6} \right) \right)$	$\frac{1}{2}$
	$\cos^{-1} \left(\cos \frac{5\pi}{6} \right) = \frac{5\pi}{6}$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>
2.	$\begin{bmatrix} 2 & 4x \\ y & 3z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 12 \\ 8 & 6 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$
	$\Rightarrow 4x = 12 \quad \Rightarrow x = 3$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>
3.	$\text{adj } A = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}, \quad A = 6 - 5 = 1$	$\frac{1}{2}$
	$A^{-1} = \frac{\text{adj } A}{ A } = \begin{bmatrix} 3 & -5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>
4.	$\int \frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin^2 x \cos^2 x} dx$	$\frac{1}{2}$
	$= \tan x - \cot x + c$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>
5.	$\frac{dy}{dx} = a \cos(x + b)$	$\frac{1}{2}$

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
	$\frac{d^2y}{dx^2} + y = 0$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>
6.	$\vec{a} = 5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$	
	$\hat{a} = \frac{5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}}{\sqrt{25+1+4}} = \frac{1}{\sqrt{30}} (5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$	$\frac{1}{2}$
	अभीष्ट सदिश $= 8\hat{a} = \frac{8}{\sqrt{30}} (5\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k})$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>
7.	दिक्-कोसाइन	
	$\frac{x_2 - x_1}{PQ}, \frac{y_2 - y_1}{PQ}, \frac{z_2 - z_1}{PQ}$	$\frac{1}{2}$
या	$\frac{3}{\sqrt{9+4+64}}, \frac{-2}{\sqrt{9+4+64}}, \frac{8}{\sqrt{9+4+64}}$	
या	$\frac{3}{\sqrt{77}}, \frac{-2}{\sqrt{77}}, \frac{8}{\sqrt{77}}$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>
8.	$\cos \theta = \frac{3 \times 2 - 6 \times 3 + 2 \times 6}{\sqrt{9+36+4} \sqrt{4+9+36}}$	$\frac{1}{2}$
या	$\cos \theta = 0$ या $\theta = 90^\circ$	$\frac{1}{2}$
		<u>1</u>

9.



$$\frac{1}{2} + \frac{1}{2} = 1$$

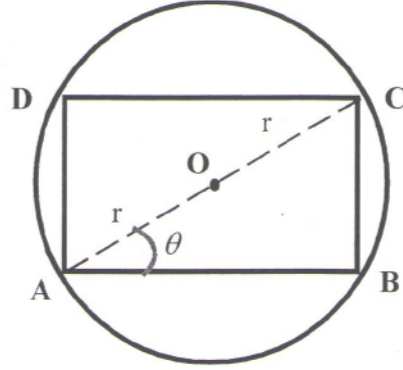
प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
	$x = \frac{1}{6}$ $x = -1$ ज्ञात करने पर	$\frac{1}{2}$
	(असम्भव है)	<u>3</u>
	अथवा	
	$2 \tan^{-1} \sqrt{x} = \cos^{-1} \left(\frac{1-x}{1+x} \right)$	
	R.H.S. में $x = \tan^2 \theta$ या $\sqrt{x} = \tan \theta$ रखने पर	1
	$\cos^{-1} \left(\frac{1 - \tan^2 \theta}{1 + \tan^2 \theta} \right)$	
	$= \cos^{-1} (\cos 2\theta)$ ज्ञात करने पर	1
	$= 2\theta$	
	$= 2 \tan^{-1} \sqrt{x}$ ज्ञात करने पर	1
		<u>3</u>
13.	$A^2 = \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 9-8 & -6+4 \\ 12-8 & -8+4 \end{pmatrix}$	
	$= \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix}$ ज्ञात करने पर	1
	$KA - 2I = K \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 4 & -2 \end{pmatrix} - 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3K-2 & -2K \\ 4K & -2K-2 \end{pmatrix}$ ज्ञात करने पर	1
	$\begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 4 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3K-2 & -2K \\ 4K & -2K-2 \end{pmatrix}$ से $K=1$ ज्ञात करने पर	1
		<u>3</u>
	अथवा	
	$A = AI$	
(i)	या $\begin{pmatrix} 2 & 0 & -1 \\ 5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 \end{pmatrix} = A \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ लिखने पर	$\frac{1}{2}$

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
(ii)	सही पंक्ति रूपान्तरण या स्तम्भ रूपान्तरण का प्रयोग करने पर आनुपातिक अंक दिये जाए।	2
(iii)	$A^{-1} = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 1 \\ -15 & 6 & -5 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix}$	ज्ञात करने पर $\frac{1}{2}$
		3
14.	$f(3) = 3a + 1$	ज्ञात करने पर $\frac{1}{2}$
	दांयी सीमा $f(3+0) = 3b + 3$	ज्ञात करने पर 1
	बांयी सीमा $f(3-0) = 3a + 1$	ज्ञात करने पर 1
	$\therefore x = 3$ पर फलन संतत है	
	$3a + 1 = 3b + 3$	
	या $3a - 3b = 2$	
	या $a - b = \frac{2}{3}$	ज्ञात करने पर $\frac{1}{2}$
		3
15.	$f'(x) = 12x^2 - 12x - 72$	ज्ञात करने पर $\frac{1}{2}$
	$= 12(x^2 - x - 6)$	
	$= 12(x-3)(x+2)$	
	क्रांतिक बिन्दु 3, -2	ज्ञात करने पर 1
	निरन्तर वर्धमान के लिए $f'(x) > 0$	
	$\therefore 12(x-3)(x+2) > 0$	$\frac{1}{2}$
	$\begin{array}{ccccccc} & + & & - & & + & \\ \leftarrow & & -2 & & 3 & & \rightarrow \\ & -\infty & & & & & \infty \end{array}$	
	निरन्तर वर्धमान के लिए अंतराल $(-\infty, -2) \cup (3, \infty)$	$\frac{1}{3}$
		3
16.	वृत्त की त्रिज्या $= r$ तथा $\angle CAB = \theta$ लेने पर आयत ABCD की लम्बाई $AB = 2r \cos \theta$, चौड़ाई $= 2r \sin \theta$	$\frac{1}{2}$

प्र.सं.

सम्भावित पद

प्रदत्त अंक

सही चित्र $\frac{1}{2}$ आयत का क्षेत्रफल $S = 2r \cos \theta \cdot 2r \sin \theta$

$$S = 2r^2 \sin 2\theta$$

$$\frac{dS}{d\theta} = 4r^2 \cos 2\theta \quad \text{तथा} \quad \frac{d^2S}{d\theta^2} = -8r^2 \sin 2\theta \quad \text{ज्ञात करने पर } 1$$

$$\text{उच्चिष्ठ व निम्निष्ठ के लिए } \frac{dS}{d\theta} = 0 = 4r^2 \cos 2\theta$$

$$\text{या } \theta = \frac{\pi}{4}, \quad \theta = \frac{3\pi}{4} \quad \frac{d^2S}{d\theta^2} < 0 \quad \text{है।}$$

 $\therefore ABCD$ एक वर्ग होगा ज्ञात करने पर

1

3

$$17. \quad \int \frac{e^x (x+1)}{(x+2)^2} dx = \int \frac{e^x \{(x+2)-1\}}{(x+2)^2} dx$$

1

$$= \int e^x \cdot \frac{dx}{(x+2)} - \int e^x \cdot \frac{dx}{(x+2)^2} \quad \text{ज्ञात करने पर}$$

1

$$= \frac{e^x}{(x+2)} + C \quad \text{ज्ञात करने पर}$$

1

3

$$18. \quad \int_1^3 f(x) dx = \int_1^3 x^2 dx$$

$$= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{1}{h} [f(1) + f(1+h) + f(1+2h) + \dots + f\{1+(n-1)h\}]$$

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
---------	-------------	-------------

जहाँ $h = \frac{3-1}{n} = \frac{2}{n}$ या $nh = 2$ ज्ञात करने पर $\frac{1}{2}$

$$\lim_{h \rightarrow 0} h \left\{ 1^2 + 1^2 + 1^2 \dots + n \right\} + 2h^2 \left\{ 1 + 2 + 3 + \dots + n-1 \right\} + h^3 \left\{ 1^2 + 2^2 + 3^2 \dots + (n-1)^2 \right\}$$

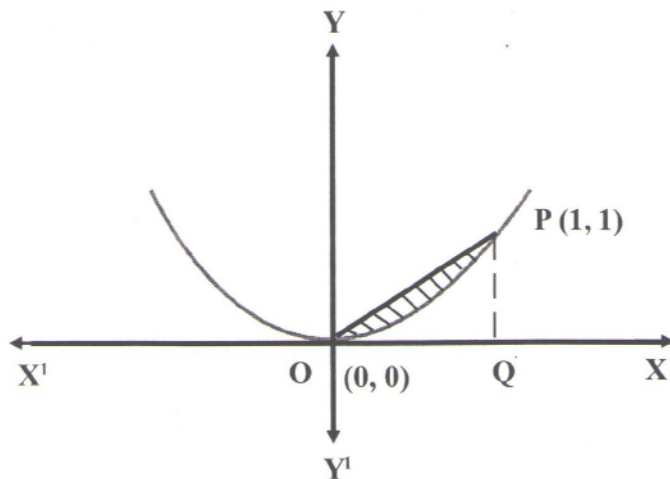
$$\lim_{h \rightarrow 0} h \left[n + 2h \cdot \frac{(n-1)n}{2} + \frac{h^2 (n-1)(n)(2n-1)}{6} \right] \text{ ज्ञात करने पर } 1$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \left[nh + nh(nh-h) + \frac{(nh-h)(nh)(2nh-h)}{6} \right] \text{ ज्ञात करने पर } 1$$

$$= 2 + 2(2) + \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{6} = 6 + \frac{8}{3} = \frac{26}{3} \text{ ज्ञात करने पर } \frac{1}{2}$$

3

19.



सही चित्र $\frac{1}{2}$

वक्रों के मध्य का क्षेत्रफल $= \int_0^1 x dx - \int_0^1 x^2 dx$

1

$$= \left(\frac{x^2}{2} \right)_0^1 - \left(\frac{x^3}{3} \right)_0^1$$

1

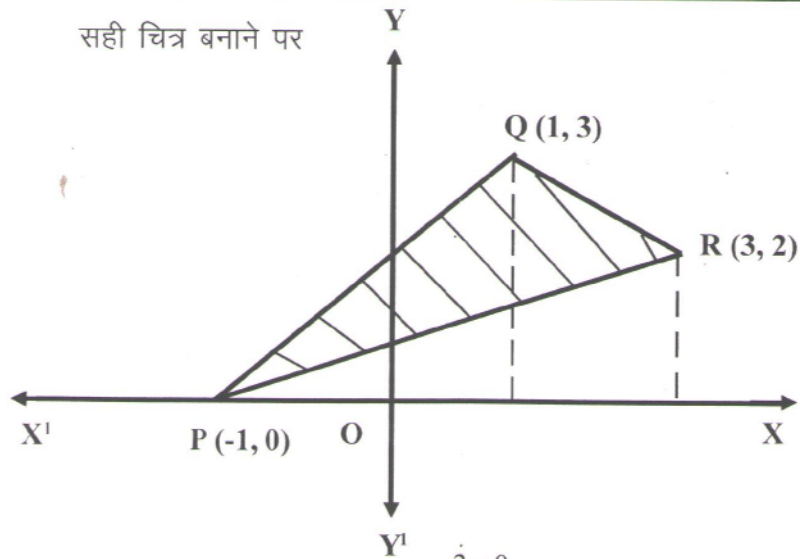
$$= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} = \frac{1}{6} \text{ वर्ग इकाई}$$

$\frac{1}{2}$

3

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
---------	-------------	-------------

20. सही चित्र बनाने पर $\frac{1}{2}$



रेखा PQ का समीकरण $y-0 = \frac{3-0}{1+1}(x+1)$

या $2y=3x+3$

या $y = \frac{3}{2}(x+1)$ (1)

रेखा QR का समीकरण $y-3 = \frac{2-3}{3-1}(x-1)$

या $y = \frac{-1}{2}(x-1)+3$

$y = \frac{7-x}{2}$ (2)

$\frac{3}{4}$

रेखा PR का समीकरण $y-0 = \frac{2-0}{3+1}(x+1)$

$y = \frac{2}{4}(x+1)$

$y = \frac{1}{2}(x+1)$ (3)

ΔPQR का क्षेत्रफल $= \int_{-1}^1 \frac{3}{2}(x+1) + \frac{1}{2} \int_1^3 (7-x) dx - \int_{-1}^3 \frac{1}{2}(x+1) dx$ $\frac{3}{4}$

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
---------	-------------	-------------

$$\begin{aligned}
&= \frac{3}{2} \left(\frac{x^2}{2} + x \right)_{-1}^1 + \frac{1}{2} \left(7x - \frac{x^2}{2} \right)_{-1}^3 - \frac{1}{2} \left(\frac{x^2}{2} + x \right)_{-1}^3 \\
&= \frac{3}{2} \left(\frac{1}{2} + 1 - \frac{1}{2} + 1 \right) + \frac{1}{2} \left(21 - \frac{9}{2} - 7 + \frac{1}{2} \right) - \frac{1}{2} \left(\frac{9}{2} + 3 - \frac{1}{2} + 1 \right) \\
&= 3 + 5 - 4 = 4 \text{ वर्ग इकाई}
\end{aligned}$$

$$\frac{1}{3}$$

21. माना कि $\hat{a} + \hat{b} = \hat{c}$

या $(\hat{a} + \hat{b}) \cdot (\hat{a} + \hat{b}) = \hat{c} \cdot \hat{c}$

या $\hat{a} \cdot \hat{a} + 2\hat{a} \cdot \hat{b} + \hat{b} \cdot \hat{b} = \hat{c} \cdot \hat{c}$ ज्ञात करने पर

$$\frac{1}{2}$$

या $1 + 2\hat{a} \cdot \hat{b} + 1 = 1$

$$2\hat{a} \cdot \hat{b} = -1$$

ज्ञात करने पर

$$1$$

$$\therefore (\hat{a} - \hat{b})^2 = \hat{a} \cdot \hat{a} - 2\hat{a} \cdot \hat{b} + \hat{b} \cdot \hat{b}$$

$$\frac{1}{2}$$

$$\therefore |\hat{a} - \hat{b}|^2 = (\hat{a} - \hat{b})^2 = 1 + 1 + 1$$

$$|\hat{a} - \hat{b}| = \sqrt{3}$$

$$\frac{1}{3}$$

22. समान्तर चतुर्भुज का सदिश क्षेत्रफल $= \vec{a} \times \vec{b}$

$$\vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 3 & 1 & 4 \\ 1 & -1 & 1 \end{vmatrix}$$

$$1$$

$$= \hat{i}(1+4) - \hat{j}(3-4) + \hat{k}(-3-1)$$

$$1$$

$$= 5\hat{i} + \hat{j} - 4\hat{k}$$

$$|\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{25+1+16} = \sqrt{42}$$

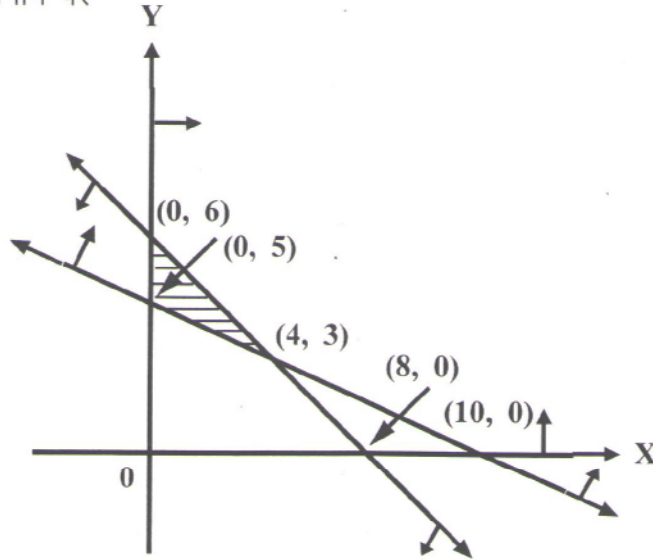
समान्तर चतुर्भुज का क्षेत्रफल $= \sqrt{42}$ वर्ग इकाई

$$1$$

$$\frac{3}{3}$$

प्र.सं. सम्भावित पद प्रदत्त अंक

23. सही चित्र बनाने पर $1 \frac{1}{2}$



कोणीय बिन्दु	z के संगत मान
(0, 5)	2500
(4, 3)	2300
(0, 6)	3000

1

अतः बिन्दु (4, 3) पर z का न्यूनतम मान = 2300 ज्ञात करने पर

$\frac{1}{2}$

3

अथवा

प्रकार	भोज्य P	भोज्य Q	आवश्यकता
विटामिन A	3	4	8
विटामिन B	5	2	11

1

लागत 60 रु./किग्रा 80 रु./किग्रा

जहां पर भोज्य P एवं Q की मिश्रण में मात्रा क्रमशः x मात्रक/किग्रा एवं y मात्रक/किग्रा है।

समस्या का गणितीय निरूपण :

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
	उद्देश्य फलन न्यूनतम $z = 60x + 80y$ ज्ञात करने पर	$\frac{1}{2}$
	$3x + 4y \leq 8$ (विटामिन A का व्यरोध)	$\frac{1}{2}$
	$5x + 2y \leq 11$ (विटामिन B का व्यरोध)	$\frac{1}{2}$
	$x \geq 0, y \geq 0$ (ऋणेत्तर व्यरोध)	$\frac{1}{2}$
		<u>3</u>
24.	A द्वारा समस्या हल करने की प्रायिकता $P(A) = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	B द्वारा समस्या हल करने की प्रायिकता $P(B) = \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$
	$P(\bar{A}) = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$
	$P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$	$\frac{1}{4}$
	(i) समस्या हल करने की प्रायिकता $= 1 - P(\bar{A} \bar{B})$	
	$= 1 - P(\bar{A})P(\bar{B}) = 1 - \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{3}$	1
	(ii) तथ्यतः किसी एक द्वारा समस्या हल करने की प्रायिकता	
	$= P(A)P(\bar{B}) + P(\bar{A})P(B) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{3}$	
	$= \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$	<u>1</u>
		<u>3</u>

25.

सिक्के के एक उछाल में चित आने की प्रायिकता $p = \frac{1}{2}$

चित न आने की प्रायिकता $q = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

(i) एक सिक्के के 10 उछाल में से ठीक 6 चित आने की प्रायिकता =

$$p(x=6) = {}^{10}C_6 \left(\frac{1}{2}\right)^6 \left(\frac{1}{2}\right)^4$$

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
	$= \frac{105}{512}$	1
(ii)	न्यूनतम 8 चित आने की प्रायिकता $= p(x=8) + p(x=9) + p(x=10)$ $= {}^{10}C_8 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + {}^{10}C_9 \left(\frac{1}{2}\right)^{10} + {}^{10}C_{10} \left(\frac{1}{2}\right)^{10}$ $= \frac{1}{1024} ({}^{10}C_8 + {}^{10}C_9 + 1)$ $= \frac{1}{1024} \left(\frac{10 \times 9}{2 \times 1} + 10 + 1 \right)$ $= \frac{56}{1024} = \frac{7}{128}$	$\frac{1}{2}$
		$\frac{1}{3}$
26.	$abc \begin{vmatrix} 1 + \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a} & 1 + \frac{1}{b} & \frac{1}{c} \\ \frac{1}{a} & \frac{1}{b} & 1 + \frac{1}{c} \end{vmatrix}$	
	(C_1, C_2, C_3 , में से क्रमशः a, b, c उभयनिष्ठ लेने पर)	1
	सही संक्रियाओं का प्रयोग करके पद $abc \left(1 + \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} \right)$	
	ज्ञात करने पर अनुपातिक अंक प्रदान करें।	$\frac{4}{5}$
27.	मान लें $u = x^y$; $v = y^x$ तथा $u + v = 1$ $\frac{du}{dx} + \frac{dv}{dx} = 0$	1
	पुनः $u = x^y$	

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
	$\frac{du}{dx} = x^y \left(\frac{dy}{dx} \log x + \frac{y}{x} \right)$ ज्ञात करने पर	1
तथा	$\frac{dv}{dx} = y^x \left(\log y + x \frac{dy}{dx} \right)$ ज्ञात करने पर	1
	$x^y \left(\frac{dy}{dx} \log x + \frac{y}{x} \right) + y^x \left(\log y + x \frac{dy}{dx} \right) = 0$ ज्ञात करने पर	1/2
	$\frac{dy}{dx} = - \left(\frac{yx^{y-1} + y^x \log y}{x^y \log x + xy^x} \right)$ ज्ञात करने पर	1 1/2
		5
28.	$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x} + \sqrt{\cos x}} dx \dots\dots\dots(i)$	1
	$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{\sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}}{\sqrt{\sin \left(\frac{\pi}{2} - x \right)} + \sqrt{\cos \left(\frac{\pi}{2} - x \right)}} dx$ पद प्राप्त करने पर	1
	$I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{\sqrt{\cos x}}{\sqrt{\cos x} + \sqrt{\sin x}} dx \dots\dots\dots(ii)$ पद प्राप्त करने पर	1
	$2I = \int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}} 1 dx$ पद प्राप्त करने पर	1
	$I = \frac{\pi}{12}$	1
		5

अथवा

मान लें $I = \int \frac{(6x+7)}{\sqrt{(x-5)(x-4)}} \cdot dx$

$I = \int \frac{(6x+7)}{\sqrt{x^2 - 9x + 20}} \cdot dx$

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
	मान लें $6x+7 = A \frac{d}{dx}(x^2-9x+20)+B$	$\frac{1}{2}$
	$A=3$ $B=34$ ज्ञात करने पर	1
	$\int \frac{(6x+7)}{\sqrt{x^2-9x+20}} dx = \int \frac{3(2x-9)}{\sqrt{x^2-9x+20}} dx + 34 \int \frac{dx}{\sqrt{x^2-9x+20}}$	$\frac{1}{2}$
	$\therefore I = I_1 + I_2$	
	$I_1 = 3 \int \frac{(2x-9)dx}{\sqrt{x^2-9x+20}} = 6\sqrt{x^2-9x+20} + C_1$ प्राप्त करने पर	1
	$I_2 = 34 \log \left\{ \left(x - \frac{9}{2} \right) + \sqrt{x^2-9x+20} \right\} + C_2$ प्राप्त करने पर	$1\frac{1}{2}$
	$\therefore I = I_1 + I_2$	
	$I = 6\sqrt{x^2-9x+20} + 34 \log \left\{ \left(x - \frac{9}{2} \right) + \sqrt{x^2-9x+20} \right\} + C$	$\frac{1}{2}$
		<u>5</u>

29.

$$\sqrt{(1+x^2)(1+y^2)} + xy \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx = -\frac{y dy}{\sqrt{1+y^2}} \quad \text{पद प्राप्त करने पर} \quad 1$$

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x} dx = -\int \frac{y dy}{\sqrt{1+y^2}}$$

$$\int \frac{\sqrt{1+x^2}}{x^2} (x dx) = -\sqrt{1+y^2} + C_1 \quad \text{पद प्राप्त करने पर} \quad 1$$

$$1+x^2 = t^2 \quad \text{लेने पर तथा}$$

$$2x dx = 2t dt$$

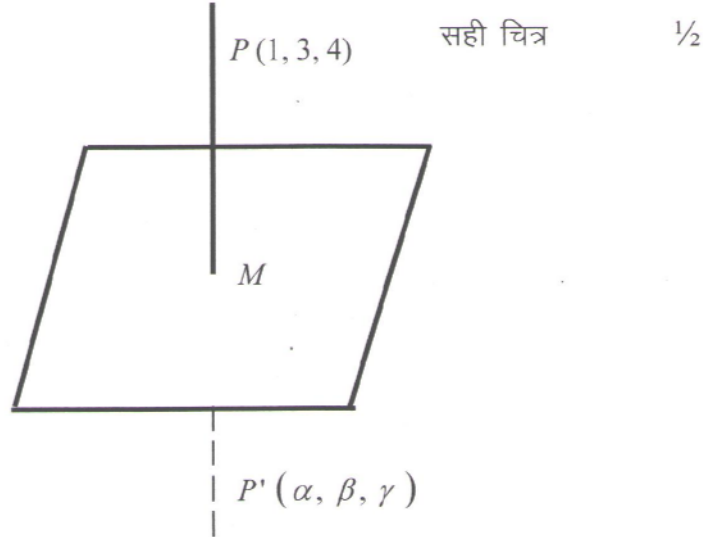
$$\int \frac{t^2}{t^2-1} dt = -\sqrt{1+y^2} + C_1 \quad 1$$

प्र.सं.	सम्भावित पद	प्रदत्त अंक
	$t + \frac{1}{2} \log \frac{t-1}{t+1} = -\sqrt{1+y^2} + C_1$	1
या	$\sqrt{1+x^2} + \frac{1}{2} \log \frac{\sqrt{1+x^2}-1}{\sqrt{1+x^2}+1} = -\sqrt{1+y^2} + C$	1
		5
	अथवा	
	$x \frac{dy}{dx} + 2y = x^2 \log x$	
	$\frac{dy}{dx} + \frac{2}{x} \cdot y = x \log x$	$\frac{1}{2}$
	$\frac{dy}{dx} + P y = Q$ से तुलना करने पर	
जहां	$P = \frac{2}{x}, Q = x \log x$	$\frac{1}{2}$
	$I.F. = e^{\int P dx} = e^{\int \frac{2}{x} dx} = x^2$	1
	$y \cdot (I.F.) = \int Q \cdot (I.F.) dx$	$\frac{1}{2}$
	$x^2 y = \int x \log x \cdot x^2 dx$	$\frac{1}{2}$
	$\log x = t \Rightarrow x = e^t \Rightarrow dx = e^t dt$	
	$\int e^{3t} \cdot t \cdot e^t dt = \int e^{4t} \cdot t dt$	1
	अभीष्ट हल $x^2 y = \frac{x^4}{16} (4 \log x - 1) + C$ प्राप्त करने पर	1
		5
30.	बिन्दु $P(1,3,4)$ से होकर जाने वाली तथा समतल $x - y + z = 5$(i) के लम्बवत रेखा का समीकरण	
	$\frac{x-1}{1} = \frac{y-3}{-1} = \frac{z-4}{1} = r$	1
	बिन्दु $M(2,2,5)$ प्राप्त करने पर	1
	बिन्दु $P'(3,1,6)$ प्राप्त करने पर	$\frac{1}{2}$

प्र.सं.

सम्भावित पद

प्रदत्त अंक



यदि बिन्दु $P(3, 1, 6)$ समतल $x - 2y + z - 7 = 0$ में स्थित हो तो यह इस समीकरण को संतुष्ट करेगा, यह प्रदर्शित करने पर

अर्थात् $3 - 2 + 6 - 7 = 0$

1

5

